

2 Расширенное вакуумное уравнение Эйнштейна и его решения

В данной главе рассмотрены взаимосвязи между различными решениями вакуумных уравнений Эйнштейна. Предложено расширенное вакуумное уравнение Эйнштейна и приведены его решения. На основании решений вакуумных уравнений, предложены метрико-динамические модели сферических вакуумных образований различного масштаба, среди которых выделены практически все элементарные «частицы», входящие в состав Стандартной модели.



2.1 Первое вакуумное уравнение Эйнштейна и его решения

Уравнение Эйнштейна - Гильберта для вакуума имеет вид

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} = 0, \quad (2.1.1)$$

где g_{ij} – компоненты метрического тензора;

$$R_{ik} = \frac{\partial \Gamma_{ik}^l}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma_{il}^k}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{lm}^m - \Gamma_{il}^m \Gamma_{mk}^l - \text{тензор Риччи}; \quad (2.1.2)$$

$$R = g^{ik} R_{ik} - \text{скалярная кривизна}; \quad (2.1.3)$$

$$\Gamma_{ik}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\mu} \left(\frac{\partial g_{\mu k}}{\partial x^i} + \frac{\partial g_{i\mu}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^\mu} \right) - \text{символы Кристоффеля}. \quad (2.1.4)$$

Решения уравнения (2.1.1) рассмотрены во многих работах по современной дифференциальной геометрии и ОТО. Однако ни в одном из известных автору изданий не обсуждается взаимосвязь между различными решениями этого уравнения, поэтому рассмотрим его достаточно подробно.

Свертывая уравнение (2.1.1) с g^{ik} , получим [38]

$$g^{ik} \left(R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} \right) = R - \frac{n}{2} R = 0, \quad (2.1.5)$$

т.к. $g^{ik} g_{ik} = n$ – число измерений пространства.

Для любого n -мерного пространства (кроме $n = 2$) равенство (2.1.5) может быть выполнено только при $R = 0$. Поэтому при $n = 4$ уравнение (2.1.1) принимает вид

$$R_{ik} = 0. \quad (2.1.6)$$

Решения уравнения (2.1.6) рассмотрены во многих работах по современной дифференциальной геометрии и ОТО. Однако ни в одном из известных автору изданий не обсуждается

взаимосвязь между различными решениями этого уравнения, поэтому рассмотрим его достаточно подробно.

Решения уравнения (2.1.6) ищут, как правило, в сферической системе координат в виде метрик:

$$ds^{(-)2} = e^{\nu}c^2dt^2 - e^{\lambda}dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\varphi^2 \text{ с сигнатурой } (+---), \quad (2.1.7)$$

$$ds^{(+)2} = -e^{\nu}c^2dt^2 + e^{\lambda}dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\varphi^2 \text{ с сигнатурой } (-+++), \quad (2.1.8)$$

где ν и λ – искомые функции t и r .

В результате подстановки ковариантных и контравариантных компонент метрического тензора из метрики (2.1.7) в уравнение (2.1.6) для стационарного (т. е. не зависящего от времени) состояния «вакуума» получается система из трех уравнений [34]:

$$\nu = -\lambda, \quad (2.1.9)$$

$$-e^{\nu}(\nu'/r + 1/r^2) + 1/r^2 = 0, \quad (2.1.10)$$

$$\nu'' + \nu'^2 + 2\nu'/r = 0. \quad (2.1.11)$$

Дифференциальное уравнение (2.1.10) имеет три решения:

$$\nu_1 = \ln(h_1 + h_2/r), \quad \nu_2 = \ln(h_1 - h_2/r), \quad \nu_3 = h_3, \quad (2.1.12)$$

где h_1, h_2, h_3 – константы интегрирования.

Уравнение (2.1.11) также имеет три решения:

$$\nu_1 = \ln(1 + b/r), \quad \nu_2 = \ln(1 - b/r), \quad \nu_3 = 0, \quad (2.1.13)$$

где b – константа интегрирования.

При $h_1 = 1, h_2 = b$ и $h_3 = 0$ решения (2.1.12) и (2.1.13) совпадают.

Подставляя три возможных решения (2.1.13) в метрику (2.1.7) с учетом (2.1.9) получим три метрики с одинаковой сигнатурой $(+---)$:

$$ds_a^{(-)2} = (1 - r_0/r)c^2dt^2 - (1 - r_0/r)^{-1}dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\varphi^2, \quad (2.1.14)$$

$$ds_b^{(-)2} = (1 + r_0/r)c^2dt^2 - (1 + r_0/r)^{-1}dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\varphi^2, \quad (2.1.15)$$

$$ds_c^{(-)2} = c^2dt^2 - dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\varphi^2. \quad (2.1.16)$$

где $r_0 = b$ – радиус замкнутого шарообразного объема.

Проделявая аналогичные операции с компонентами метрического тензора из метрики (2.1.8), получим еще три метрики, также удовлетворяющие уравнению (2.1.6), но с противоположной сигнатурой $(-+++)$:

$$ds_a^{(+)2} = -(1 - r_0/r)c^2dt^2 + (1 - r_0/r)^{-1}dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\varphi^2, \quad (2.1.17)$$

$$ds_b^{(+)2} = -(1 + r_0/r)c^2dt^2 + (1 + r_0/r)^{-1}dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\varphi^2, \quad (2.1.18)$$

$$ds_c^{(+)2} = -c^2dt^2 + dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\varphi^2. \quad (2.1.19)$$

Неприводимые друг в друга метрики (2.1.14) – (2.1.19) будем называть обобщенными метриками Шварцшильда.

Метрики (2.1.14) – (2.1.19) описывают состояние одной и той же области «вакуума», поэтому предлагается рассмотреть различные варианты их усреднения, несмотря на то, что уравнение (2.1.6) нелинейное и, как правило, в таких случаях сумма его решений не является его же решением.

Если центры метрик (2.1.14) – (2.1.16) и (2.1.17) – (2.1.19) совмещены, то очевидно, что их сумма равна нулю

$$ds_a^{(-)2} + ds_b^{(-)2} + ds_c^{(-)2} + ds_a^{(+2)} + ds_b^{(+2)} + ds_c^{(+2)} = 0 \cdot c^2 dt^2 + 0 \cdot dr^2 + 0 \cdot d\theta^2 + 0 \cdot \sin^2 \theta d\varphi^2 = 0. \quad (2.1.20)$$

Полученная метрика

$$ds^{(0)2} = g_{ij}^{(0)} dx^i dx^j, \quad (2.1.21)$$

где

$$g_{ij}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.1.22)$$

также является тривиальным решением вакуумного уравнения (2.1.6).

Таким образом, вопреки ожиданию сложение шести метрик (2.1.14) – (2.1.19) привело к получению дополнительного решения уравнения (2.1.6).

Рассмотрим теперь арифметическое среднее двух метрик (2.1.14) и (2.1.15)

$$ds_{ab}^{(-)2} = \frac{1}{2} (ds_a^{(-)2} + ds_b^{(-)2}) = c^2 dt^2 - \frac{r^2}{r^2 - r_0^2} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2. \quad (2.1.23)$$

Расстояние между двумя точками r_1 и r_2 на протяженности с сигнатурой $(+ - - -)$ в ОТО определяется выражением

$$r_2 - r_1 = \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{-g_{11}^{(-)}} dr. \quad (2.1.24)$$

в случае подстановки $g_{11}^{(-)}$ из усредненной метрики (2.1.23), получаем

$$r_2 - r_1 = \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{-\left(-\frac{r^2}{r^2 - r_0^2}\right)} dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - r_0^2}} = \sqrt{r^2 - r_0^2} \Big|_{r_1}^{r_2}. \quad (2.1.25)$$

Найдем сначала величину отрезка между точками $r_1 = 0$ и $r_2 = r_0$:

$$\sqrt{r^2 - r_0^2} \Big|_0^{r_0} = -\sqrt{-r_0^2} = -\sqrt{-1} r_0 = -ir_0. \quad (2.1.26)$$

Длина этого отрезка равна радиусу полости r_0 , а мнимость этого результата говорит о том, что в полости «вакуум» отсутствует. Вне этой полости от $r_1 = r_0$ до $r_2 = \infty$ имеем

$$r_2 - r_1 = \sqrt{r^2 - r_0^2} \Big|_{r_0}^{\infty} = \sqrt{\infty^2 - r_0^2} . \quad (2.1.27)$$

В случае отсутствия деформации расстояние между точками $r_2 = \infty$ и $r_1 = r_0$ равно $\infty - r_0$, а в рассматриваемом случае оно равно (2.1.27). Разница между этими отрезками приблизительно равна

$$\sqrt{\infty^2 - r_0^2} - (\infty - r_0) \approx r_0 . \quad (2.1.28)$$

Этот результат показывает, что усредненная вакуумная протяженность на отрезке $]r_0, \infty[$ сжата на величину $\sim r_0$ во всех радиальных направлениях в силу того, что она вытеснена из полости с радиусом (2.1.28). Данный результат подобен воздушному пузырю в жидкости (рис. 2.1.1).



Рис. 2.1.1. Воздушный пузырь в жидкости

Отличие исходного (неискривленного) состояния локального участка вакуума от его актуального (искривленного) состояния определим посредством разности [41]

$$ds^{(-)2} - ds^{0(-)2} = (g_{ij}^{(-)} - g_{ij}^{0(-)})dx^i dx^j, \quad (2.1.29)$$

где $g_{ii}^{0(-)}$ – компоненты метрического тензора неискривленного участка вакуума.

Относительное удлинение участка вакуума при этом равно (смотрите § 1.22)

$$l^{(-)} = \frac{ds^{(-)} - ds^{0(-)}}{ds^{0(-)}} = \frac{ds^{(-)}}{ds^{0(-)}} - 1, \quad (2.1.30)$$

откуда следует [41]

$$ds^{(-)2} = (1 + l^{(-)})^2 ds^{0(-)2}, \quad (2.1.31)$$

$$\text{и} \quad l_i^{(-)} = \sqrt{1 + \frac{g_{ii}^{(-)} - g_{ii}^{0(-)}}{g_{ii}^{0(-)}}} - 1 = \sqrt{\frac{g_{ii}^{(-)}}{g_{ii}^{0(-)}}} - 1. \quad (2.1.32)$$

Неискривленное состояние рассматриваемого участка вакуума задается метрикой (2.1.16), поэтому, подставляя компоненты $g_{ii}^{0(-)}$ и $g_{ii}^{(-)}$ соответственно из (2.1.16) и (2.1.23) в (2.1.32), получим относительное удлинение вакуума в каждом радиальном направлении в области от r_0 до ∞

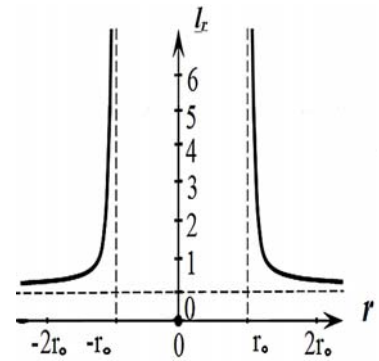


Рис. 2.1.2. График функции $l^{(-)}$ – относительного удлинения вакуумной протяженности во внешней оболочке, окружающей шарообразную полость. Расчет выполнен при $r_0 = 2$, с помощью программного обеспечения MathCad 14

$$l_t^{(-)} = 0, \quad l_r^{(-)} = \sqrt{\frac{r^2}{r^2 - r_0^2}} - 1, \quad l_\theta^{(-)} = 0, \quad l_\phi^{(-)} = 0. \quad (2.1.33)$$

График функции $l_r^{(-)}$ (2.1.33) приведен на рис. 2.1.2. При $r = r_0$ данная функция стремиться к бесконечности, а при $r < r_0$ она становится мнимой. Это еще раз подтверждает, что полость с радиусом r_0 (рис. 2.1.1 и 2.1.2) решениями (2.1.14) и (2.1.15) не описывается.

Здесь мы не будем обсуждать вопрос: - Что находится внутри полости с радиусом r_0 , если там нет вакуума? Далее, при рассмотрении второго вакуумного уравнения Эйнштейна эта проблема разрешится сама собой.

Таким образом, усреднение метрик (2.1.14) и (2.1.15) приводит к метрико - динамическому описанию стабильного вакуумного образования типа "воздушный пузырь в жидкости", тогда как по отдельности данные метрики к таким результатам не приводят.

Отметим следующее важное обстоятельство. Усредненная квадратичная форма (2.1.23)

$$ds_{ab}^{(-)2} = \frac{1}{2}(ds_a^{(-)2} + ds_b^{(-)2}) \quad (2.1.34)$$

напоминает теорему Пифагора $a^2 + b^2 = c^2$. Это означает, что отрезки линий $(\frac{1}{2})^{1/2}ds_a^{(-)}$ и $(\frac{1}{2})^{1/2}ds_b^{(-)}$ всегда взаимно перпендикулярны по отношению друг к другу $ds_a^{(-)} \perp ds_b^{(-)}$ (рис. 2.1.3), а две линии направленные в одном и том же направлении могут быть всегда взаимно перпендикулярны, только в том случае, когда они образуют двойную спираль (рис. 2.1.4).

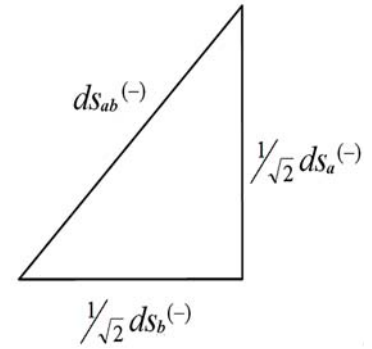


Рис. 2.1.3. Соотношение отрезков $ds_a^{(-)}$ и $ds_b^{(-)}$

Таким образом, усредненная метрика (2.1.23) соответствует отрезку "жгута", состоящему из четырех скрученных "нитей" (т.е. линейных форм) $ds_i^{(-)}$, которые образуют систему из двух комплексно сопряженных чисел

$$ds_{ab}^{(-)'} = \frac{1}{\sqrt{2}}(ds_a^{(-)'} + i ds_b^{(-)'}), \quad (2.1.35)$$

$$ds_{ab}^{(-)''} = \frac{1}{\sqrt{2}}(ds_a^{(-)''} - i ds_b^{(-)''}),$$

произведение которых равно (2.1.34).

В связи с вышесказанным будем называть усредненные метрики "к-жгутами" (где k – число усредняемых метрик). В частности, усредненная метрика (2.1.23) называется "2-жгутом".



Рис. 2.1.4. Если спроецировать такую двойную спираль на плоскость, то в месте пересечения ее линии всегда взаимно перпендикулярны

Аналогично усреднение метрик (2.1.17) и (2.1.18) приводит к "2-антижгуту"

$$ds_{ab}^{(+)^2} = \frac{1}{2}(ds_a^{(+)^2} + ds_b^{(+)^2}) = -c^2 dt^2 + \frac{r^2}{r^2 - r_0^2} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad (2.1.36)$$

также описывающему метрико-динамическое состояние стабильного вакуумного образования типа "воздушный пузырь в жидкости", но являющемуся полным антиподом вакуумному образованию, описываемому "2-жгутом" (2.1.23). В этом случае следует учитывать, что расстояние между двумя точками r_1 и r_2 на протяженности с сигнатурой $(-+++)$ определяется выражением

$$r_2 - r_1 = \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{g_{11}^{(+)}} dr.$$

В сумме 2-жгут (2.1.23) и 2-антижгут (2.1.36) полностью комментируют проявления друг друга и дают решение (2.1.21): $ds_{ab}^{(-)^2} + ds_{ab}^{(+)^2} = ds^{(0)^2}$. Если условно полагать, что 2-жгут (2.1.23) описывает метрико-динамическое состояние стабильной «выпуклости» в вакуумной протяженности (рис. 2.1.1 и 2.1.2), то 2-антижгут (2.1.36) описывает точно такую же "вогнутость" в той же протяженности.

Подстановка в выражение (2.1.32) компоненты $g_{ii}^{0(-)}$ из метрики (2.1.16) и компоненты $g_{11}^{(-)}$ из метрик (2.1.14) или (2.1.15) приводит к абсурдным результатам (смотрите рис. 2.1.5).

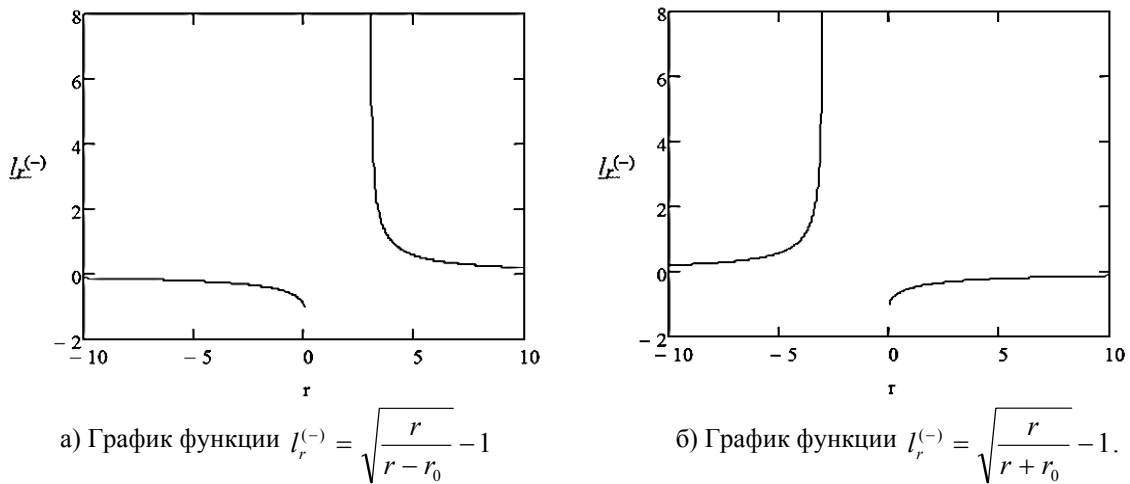


Рис. 2.1.5. Расчеты выполнены при $r_0 = 2$, с помощью программного обеспечения MathCad

Абсурдность результатов расчетов, показанных на рис. 2.1.5, еще раз подтверждает, что усреднение метрик (2.1.14) – (2.1.15) и/или метрик (2.1.17) – (2.1.18) не лишено смысла, т.к. данное усреднение приводит к результатам, поддающимся осмыслению (рис. 2.1.1 и 2.1.2).

Теперь обсудим метрико-динамическую интерпретацию нулевых компонент метрических тензоров $g_{00}^{(-)}$ и $g_{00}^{(+)}$.

Пусть неподвижное состояние "внешней"¹ и "внутренней" сторон локального участка

¹ Условные названия «внешняя» и «внутренняя» стороны вакуумной протяженности введены автором, для описания одного и того же участка вакуума двумя метриками с взаимно противоположными сигнатурами (смотрите § 1.2.1).

вакуумной протяженности (вакуума) задается псевдоевклидовыми метриками (2.1.16) и (2.1.19) (смотрите § 1.21)

$$ds^{(-)2} = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 = c dt' c dt'' - dx' dx'' - dy' dy'' - dz' dz'', \quad (2.1.37)$$

$$ds^{(+)2} = -c^2 dt^2 + dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 = -c dt' c dt'' + dx' dx'' + dy' dy'' + dz' dz''. \quad (2.1.38)$$

Введем условные названия для линейных (аффинных) форм:

$$ds^{(-)'} = c dt' - dx' - dy' - dz' \quad - \text{"личина" внешней стороны вакуума}; \quad (2.1.39)$$

$$ds^{(-)''} = c dt'' - dx'' - dy'' - dz'' \quad - \text{"изнанка" внешней стороны вакуума}; \quad (2.1.40)$$

$$ds^{(+)' } = -c dt' + dx' + dy' + dz' \quad - \text{"личина" внутренней стороны вакуума}; \quad (2.1.41)$$

$$ds^{(+)''} = -c dt'' + dx'' + dy'' + dz'' \quad - \text{"изнанка" внутренней стороны вакуума}. \quad (2.1.42)$$

Пусть "личина" и "изнанка" одной из сторон вакуума двигаются относительно их исходного неподвижного состояния вдоль оси x с одной и той же скоростью v_x , но в разных направлениях. Это формально задается преобразованием координат:

$$t' = t, \quad x' = x + v_x t, \quad y' = y, \quad z' = z \quad - \text{для "личины"}; \quad (2.1.43)$$

$$t'' = t, \quad x'' = x - v_x t, \quad y'' = y, \quad z'' = z \quad - \text{для "изнанки"}. \quad (2.1.44)$$

Равенство модулей скоростей движения v_x "личины" и "изнанки" обусловлено вакуумным условием (*определение № 1.12.4*), которое требует, чтобы каждому движению в «вакууме» соответствовало адекватное антидвижение [22].

Продифференцировав (2.1.43) и (2.1.44) и подставив результаты дифференцирования в (2.1.37) и (2.1.38), в сферических координатах получим метрики

$$ds_v^{(-)2} = (1 + v_r^{(-)2}/c^2) c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad (2.1.45)$$

$$ds_v^{(+)2} = - (1 + v_r^{(+)2}/c^2) c^2 dt^2 + dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad (2.1.46)$$

описывающие кинематику поступательного движения (оттекание и притекание) "внешней" и "внутренней" сторон локального участка вакуумной протяженности. При этом выполняется вакуумное условие:

$$ds_v^{(-)2} + ds_v^{(+)2} = ds^{(0)2} = 0, \quad (2.1.47)$$

т.е. движение (оттекание от центра) компенсируется антидвижением (притеканием к центру).

Сравнивая $g_{00}^{(-)}$ в метриках (2.1.14) и (2.1.15) с $g_{00}^{(-)}$ в метрике (2.1.45), а $g_{00}^{(+)}$ в метриках (2.1.17) и (2.1.18) с $g_{00}^{(+)}$ в метрике (2.1.46), соответственно получим:

$$\text{для метрики (1.14)} \quad 1 - r_0/r = 1 + v_{ra}^{(-)2}/c^2 \rightarrow v_{ra}^{(-)2} = -c^2 r_0/r \rightarrow v_{ra}^{(-)} = (-c^2 r_0/r)^{1/2}; \quad (2.1.48)$$

$$\text{для метрики (1.15)} \quad 1 + r_0/r = 1 + v_{rb}^{(-)2}/c^2 \rightarrow v_{rb}^{(-)2} = c^2 r_0/r \rightarrow v_{rb}^{(-)} = (c^2 r_0/r)^{1/2}; \quad (2.1.49)$$

$$\text{для метрики (1.17)} \quad -(1 - r_0/r) = -(1 + v_{ra}^{(+)2}/c^2) \rightarrow v_{ra}^{(+)2} = -c^2 r_0/r \rightarrow v_{ra}^{(+)} = (-c^2 r_0/r)^{1/2}; \quad (2.1.50)$$

$$\text{для метрики (1.18)} \quad -(1 + r_0/r) = -(1 + v_{rb}^{(+)2}/c^2) \rightarrow v_{rb}^{(+)2} = c^2 r_0/r \rightarrow v_{rb}^{(+)} = (c^2 r_0/r)^{1/2}. \quad (2.1.51)$$

Данные результаты позволяют полагать, что нулевые компоненты $g_{00}^{(-)}$ метрик (2.1.14), (2.1.15) и $g_{00}^{(+)}$ метрик (2.1.17), (2.1.18) описывают движения соответствующих под-слоев ваку-

умной протяженности со скоростями v_r (2.1.48) – (2.1.51) относительно их неподвижного состояния, задаваемого метриками (2.1.16) и (2.1.19).

Что движется в вакууме – неизвестно, т.к. никакой субстанциональности геометродинамика не "чувствует". Тем не менее, для удобства восприятия внутри-вакуумных процессов, можно сопоставить вакуумные слои с гипотетическими сплошными упругопластическими псевдо-средами. В [17, 19, 20, 21, 22] данные псевдо-среды названы "субконт" и "антисубконт" (сокращение от "субстанциональный континуум"). Условные названия слоев вакуумной протяженности приведены в табл. 2.1.1.

Таблица 2.1.1

Метрика/ сигнатура	Номер метрики	Условное название	Сторона вакуума
$ds_a^{(-)2}$ (+ – – –)	(2.1.14)	"a - субконт" – внешняя сторона внешней стороны вакуумной протяженности	В Н Е
$ds_b^{(-)2}$ (+ – – –)	(2.1.15)	"b - субконт" – внутренняя сторона внешней стороны вакуумной протяженности	Ш Н О С
$ds_c^{(-)2}$ (+ – – –)	(2.1.16)	исходная плоская внешняя сторона вакуумной протяженности (решимо)	Т Ь
$ds_a^{(+)2}$ (– + + +)	(2.1.17)	"a - антисубконт" – внешняя сторона внутренней стороны вакуумной протяженности	В Н У Т
$ds_b^{(+)2}$ (– + + +)	(2.1.18)	"b - антисубконт" – внутренняя сторона внутренней стороны вакуумной протяженности	Р Е Н Н О С
$ds_c^{(+)2}$ (– + + +)	(2.1.19)	исходная плоская внутренняя сторона вакуумной протяженности (решимо)	Т Ь

Усредняя скорости (2.1.48) и (2.1.49), обнаруживаем, что общее движение аффинных слоев внешней стороны вакуумной протяженности (субконта) описывается усредненной скоростью

$$v_{rab}^{(-)}(r) = 1/2[(-c^2 r_0/r)^{1/2} + i(c^2 r_0/r)^{1/2}], \quad (2.1.52)$$

а усреднение скоростей (2.1.50) и (2.1.51), приводит к усредненной скорости

$$v_{rab}^{(+)}(r) = 1/2[(-c^2 r_0/r)^{1/2} + i(c^2 r_0/r)^{1/2}]. \quad (2.1.53)$$

которая описывает усредненное (общее) движение аффинного слоя внутренней стороны вакуумной протяженности (антисубконта).

Модули комплексных функций (2.1.52) и (2.1.53) равны

$$|v_{rab}^{(-)}(r)| = 0, \quad (2.1.54)$$

$$|v_{rab}^{(+)}(r)| = 0. \quad (2.1.55)$$

Вместе с тем, квадраты скоростей (2.1.48) и (2.1.49) равны и противоположны друг другу $v_{ra}^{(-)2} = -v_{rb}^{(-)2}$. Поэтому в 2-жгутах (2.1.23) $g_{00}^{(-)} = 1$.

Аналогично, квадраты скоростей (2.1.50) и (2.1.51) равны и противоположны друг другу $v_{ra}^{(+2)} = -v_{rb}^{(+2)}$. Поэтому в 2-антижгутах (2.1.36) также $g_{00}^{(+)} = 1$.

Данное обстоятельство обуславливает стабильность рассматриваемого вакуумного образования, так как количество "притекающего" *a-субконта* оказывается равным количеству "оттекающего" *b-субконта*.

Можно констатировать, что некоторые аддитивные комбинации метрик (2.1.14) – (2.1.16) и/или (2.1.17) – (2.1.19), являющихся различными решениями нелинейного вакуумного уравнения Эйнштейна (2.1.6), приводит к более сбалансированному метрико-динамическому описанию локальных центрально-симметричных вакуумных образований, чем каждое из них по отдельности. Кинематика и динамика данных слоев и под-слоев вакуума рассмотрена в [22].

2.2 Второе вакуумное уравнение Эйнштейна и его решения

Учитывая, что следующие ковариантные производные тензоров равны нулю:

$$\nabla_j g_{ik} = 0, \quad (2.2.1)$$

$$\nabla_j \left(R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} \right) = 0, \quad (2.2.2)$$

Эйнштейн дополнил уравнение (2.1.1) еще одним слагаемым (так называемым Λ -членом)

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} + \Lambda g_{ik} = 0, \quad (2.2.3)$$

В литературе по ОТО часто принимают $\Lambda = \pm 3/r_a^2 = \text{const}$, где r_a – радиус сферического вакуумного образования.

В этом случае

$$g^{ik} \left\{ R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} + \Lambda g_{ik} \right\} = R - \frac{n}{2} R + n\Lambda = 0, \quad (2.2.4)$$

откуда следует

$$R = \frac{2n}{n-2} \Lambda, \quad (2.2.5)$$

при этом уравнение (2.2.3) принимает вид

$$R_{ik} - \frac{n}{n-2} \Lambda g_{ik} + \Lambda g_{ik} = R_{ik} - \frac{2}{n-2} \Lambda g_{ik} = 0. \quad (2.2.6)$$

Для 4-мерного пространства: $n = 4$, $R = 4\Lambda$, а уравнение (2.2.6) принимает простейший вид

$$R_{ik} - \Lambda g_{ik} = 0, \text{ или } R_{ik} = \pm \frac{3}{r_a^2} g_{ik} = \begin{cases} R_{ik} = \frac{3}{r_a^2} g_{ik}; \\ R_{ik} = -\frac{3}{r_a^2} g_{ik}. \end{cases} \quad (2.2.7)$$

Уравнение (2.2.7) будем называть вторым вакуумным уравнением Эйнштейна.

Решениями второго вакуумного уравнения (2.2.7) является следующая совокупность обобщенных метрик Коттлера с сигнатурой $(+ - - -)$, которую условно будем называть "выпуклостью" в вакуумной протяженности:

$$ds_1^{(-)2} = \left(1 - \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.8)$$

$$ds_2^{(-)2} = \left(1 + \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.9)$$

$$ds_3^{(-)2} = \left(1 - \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.10)$$

$$ds_4^{(-)2} = \left(1 + \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.11)$$

$$ds_5^{(-)2} = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2); \quad (2.2.12)$$

и совокупность обобщенных метрик Коттлера с сигнатурой $(- + + +)$, которую условно будем называть "вогнутостью" в вакуумной протяженности:

$$ds_1^{(+)2} = - \left(1 - \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.13)$$

$$ds_2^{(+)2} = - \left(1 + \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.14)$$

$$ds_3^{(+)2} = - \left(1 - \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.15)$$

$$ds_4^{(+)2} = - \left(1 + \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.16)$$

$$ds_5^{(+)2} = - c^2 dt^2 + dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.17)$$

где r_b – константа интегрирования, подобная $b = r_0$ в решениях (2.1.13).

Будем называть метрики (2.2.8) – (2.2.17) обобщенными метриками Коттлера. При этом метрики (2.2.12) и (2.2.17) являются частными случаями метрик Коттлера (2.2.8) – (2.2.11) и (2.13) – (2.2.16), соответственно, при $r_b = 0$ и $r_a = \infty$.

Сумма всех метрик (2.2.8) – (2.2.17) вновь приводит к метрике (2.1.21), которая также является тривиальным решением уравнения (2.2.7).

При $r_a = \infty$ и $r_b \neq 0$ обобщенные метрики Коттлера (2.2.8) – (2.2.17) превращаются в обобщенные метрики Шварцшильда (2.1.14)–(2.1.19), а при $r_b = 0$ и $1/r_a = 1/r_0 \neq 0$ метрики (2.2.8) – (2.2.17) становятся метриками де Ситтера:

- для выпуклости, с сигнатурой $(+---)$

$$ds_a^{(-)2} = \left(1 + \frac{r^2}{r_0^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r^2}{r_0^2}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.18)$$

$$ds_b^{(-)2} = \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.19)$$

$$ds_c^{(-)2} = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2); \quad (2.2.20)$$

- для вогнутости, с сигнатурой $(-+++)$

$$ds_a^{(+2)} = - \left(1 + \frac{r^2}{r_0^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r^2}{r_0^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.21)$$

$$ds_b^{(+2)} = - \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.2.22)$$

$$ds_c^{(+2)} = - c^2 dt^2 + dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (2.2.23)$$

При $r_a = r_0$ метрики (2.2.18) и (2.2.19) описывают

замкнутое выпуклое (шарообразное) вакуумное образование (т.е. "ядро") в интервале $[0, r_0]$ (рис. 2.2.1), это как раз та область вакуума которая была определена как полость при решении первого вакуумного уравнения (2.1.6) (рис. 2.1.2).

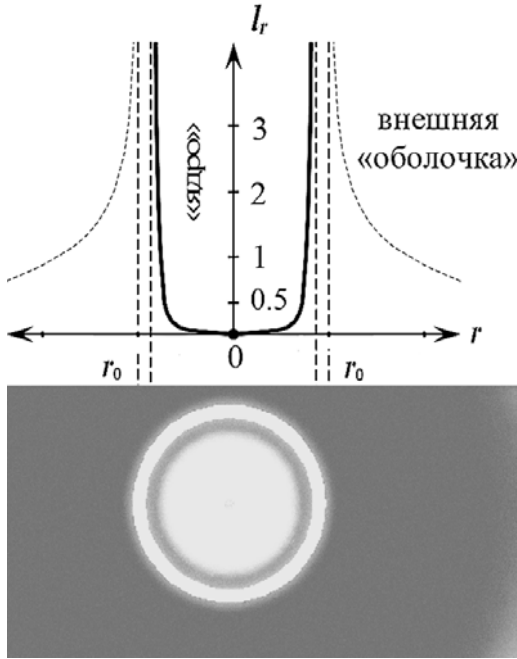


Рис. 2.2.1. График функции $l_{r\pi}$ - относительного удлинения вакуумной протяженности в «ядре» (т.е. внутри шарообразной полости)

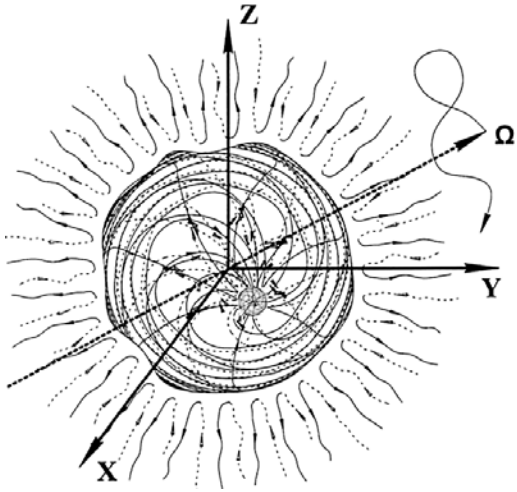


Рис. 2.2.2. Вращающееся ядро вакуумного образования

Арифметическое среднее двух метрик (2.2.18) и (2.2.19) образует 2-жгут:

$$ds_{ab}^{(-)2} = c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r^4}{r_0^4}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (2.2.24)$$

Подставляя компоненты $g_{ii}^{0(-)}$ и $g_{ii}^{(-)}$ соответственно из (2.2.20) и (2.2.24) в (2.1.32), получим относительное удлинение

$$l_t^{(-)} = 0, \quad l_{r\gamma}^{(-)} = \frac{\Delta r}{r} - 1 = \sqrt{\frac{r_0^4}{r_0^4 - r^4}} - 1, \quad l_\theta^{(-)} = 0, \quad l_\varphi^{(-)} = 0. \quad (2.2.25)$$

График функции $l_{r\gamma}^{(-)}$ (2.2.25) (относительного удлинения вакуумной протяженности в радиальном направлении в ядре) показан на рис. 2.2.1.

Таким образом, второе вакуумное уравнение Эйнштейна (2.2.7) описывает не только внешнюю оболочку вакуумного образования, окружающего шарообразную полость (рис. 2.1.2), но и ядро данного вакуумного образования, заполняющего эту полость (рис. 2.2.1, 2.2.2).

В общем случае метрики (2.2.8) – (2.2.11) следует записать в виде:

$$\begin{aligned} ds_1^{(-)2} &= \left(1 - \frac{r_{b1}}{r} + \frac{r^2}{r_{a1}^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_{b1}}{r} + \frac{r^2}{r_{a1}^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \\ ds_2^{(-)2} &= \left(1 + \frac{r_{b2}}{r} - \frac{r^2}{r_{a2}^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_{b2}}{r} - \frac{r^2}{r_{a2}^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \\ ds_3^{(-)2} &= \left(1 - \frac{r_{b3}}{r} - \frac{r^2}{r_{a3}^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_{b3}}{r} - \frac{r^2}{r_{a3}^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \\ ds_4^{(-)2} &= \left(1 + \frac{r_{b4}}{r} + \frac{r^2}{r_{a4}^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_{b4}}{r} + \frac{r^2}{r_{a4}^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \end{aligned}$$

При этом 4-жгут, составленный из этих четырех метрик

$$ds_{1-4}^{(-)2} = \frac{1}{4}(ds_1^{(-)2} + ds_2^{(-)2} + ds_3^{(-)2} + ds_4^{(-)2}), \quad (2.2.26)$$

может быть записан в виде

$$ds_{1-4}^{(-)2} = f(r)c^2 dt^2 - k(r)dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2),$$

$$\text{где } f(r) = \frac{1}{4} \left[\left(1 - \frac{r_{b1}}{r} + \frac{r^2}{r_{a1}^2} \right) + \left(1 - \frac{r_{b2}}{r} + \frac{r^2}{r_{a2}^2} \right) + \left(1 - \frac{r_{b3}}{r} + \frac{r^2}{r_{a3}^2} \right) + \left(1 - \frac{r_{b4}}{r} + \frac{r^2}{r_{a4}^2} \right) \right]$$

$$k(r) = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{r_{b1}}{r} + \frac{r^2}{r_{a1}^2} \right)} + \frac{1}{\left(1 - \frac{r_{b2}}{r} + \frac{r^2}{r_{a2}^2} \right)} + \frac{1}{\left(1 - \frac{r_{b3}}{r} + \frac{r^2}{r_{a3}^2} \right)} + \frac{1}{\left(1 - \frac{r_{b4}}{r} + \frac{r^2}{r_{a4}^2} \right)} \right]$$

Такой 4-жгут $ds_{1-4}^{(-)2}$ образован восьмью скрученными "нитеями" (т.е. линейными формами) $ds_i^{(-)}$, образующими систему из двух комплексно сопряженных кватернионов:

$$ds_{1-4}^{(-)'} = \frac{1}{\sqrt{4}} (ds_1^{(-)'} + \mathbf{i}ds_2^{(-)'} + \mathbf{j}ds_3^{(-)'} + \mathbf{k}ds_4^{(-)'}),$$

$$ds_{1-4}^{(-)''} = \frac{1}{\sqrt{4}} (ds_1^{(-)''} - \mathbf{i}ds_2^{(-)''} - \mathbf{j}ds_3^{(-)''} - \mathbf{k}ds_4^{(-)''}),$$

произведение которых равно (2.2.26).

Сравнивая $g_{00}^{(-)}$ в метриках (2.2.18) и (2.2.19) с $g_{00}^{(-)}$ в метрике (2.1.45), а $g_{00}^{(+)}$ в метриках (2.2.21) и (2.2.22) с $g_{00}^{(+)}$ в метрике (2.1.46), получим скорости перемещения вакуумных слоев в каждой точке ядра вакуумного образования (рис. 2.2.1):

$$\text{для метрики (2.2.18) } 1 + r^2/r_0^2 = 1 + v_{ra}^{(-)2}/c^2 \rightarrow v_{ra}^{(-)2} = c^2 r^2/r_0^2 \rightarrow v_{ra}^{(-)} = cr/r_0; \quad (2.2.27)$$

$$\text{для метрики (2.2.19) } 1 - r^2/r_0^2 = 1 + v_{rb}^{(-)2}/c^2 \rightarrow v_{rb}^{(-)2} = -c^2 r^2/r_0^2 \rightarrow v_{rb}^{(-)} = -cr/r_0; \quad (2.2.28)$$

$$\text{для метрики (2.2.21) } -(1 + r^2/r_0^2) = -(1 + v_{ra}^{(+2)}/c^2) \rightarrow v_{ra}^{(+2)} = c^2 r^2/r_0^2 \rightarrow v_{ra}^{(+)} = cr/r_0; \quad (2.2.29)$$

$$\text{для метрики (2.2.22) } -(1 - r^2/r_0^2) = -(1 + v_{rb}^{(+2)}/c^2) \rightarrow v_{rb}^{(+2)} = -c^2 r^2/r_0^2 \rightarrow v_{rb}^{(+)} = -cr/r_0. \quad (2.2.30)$$

Из выражений (2.2.27) – (2.2.28) видно, что взаимно противоположные скорости перемещения вакуумных слоев $v_{ra}^{(-)} = -v_{rb}^{(-)}$ в центре ядра (при $r = 0$, рис. 2.2.1) равны нулю, а на периферии «ядра» с радиусом r_0 они двигаются со скоростью света c .

Более физической представляется ситуация, когда ядро вакуумного образования вращается. При этом согласно классификации приведенной в табл. 2.1.1, a -субконт вращается на периферии ядра со скоростью света $v_{ra}^{(-)}(r_0) = c$ (рис. 2.2.2). Затем он по спирали стекается с замедлением к центру ядра, где практически останавливается $v_{ra}^{(-)}(0) = 0$ и превращается в b -субконт. В свою очередь b -субконт, оттекает по спирали от центра ядра с ускорением, начиная со скорости $v_{rb}^{(-)}(0) = 0$ и заканчивая вращением на периферии ядра со скоростью света $v_{rb}^{(-)}(r_0) = c$ (рис. 2.2.2), где он превращается в a -субконт. Таким образом, внутриядерные ab -субконтные «процессы» закольцовываются, и поддерживают сильно деформированную периферию «ядра» вакуумного образования (рис. 2.2.1) в стационарном состоянии.

2.3 Нериманова геометрия с кручением и вращением

В предыдущем пункте было отмечено, что при исследовании стабильных вакуумных образований следует учитывать вращение их ядер, поэтому коснемся некоторых аспектов геометрии с кручением и вращением.

Из неримановых геометрий наиболее важной представляется геометрия пространства Римана-Картана с абсолютным параллелизмом, которую часто использовал Эйнштейн [50, 54]. Тензор кривизны Римана-Кристоффеля этой геометрии, приведенный в [27], равен нулю

$$R_{\beta\mu\nu}^{\beta}(Q) = R_{\beta\mu\nu}^{\beta} + K_{\beta\nu;\mu}^{\alpha} - K_{\beta\mu;\nu}^{\alpha} + K_{\mu\sigma}^{\alpha} K_{\beta\nu}^{\sigma} - K_{\nu\sigma}^{\alpha} K_{\beta\mu}^{\sigma} = 0, \quad (2.3.1)$$

где $R_{\beta\mu\nu}^{\beta}$ – тензор кривизны Римана;

$K_{\mu\nu\lambda} = Q_{\mu\nu\lambda} - Q_{\nu\lambda\mu} + Q_{\lambda\mu\nu}$ – тензор конторсии, $K_{\mu\nu\lambda} = g_{\lambda a} K_{\mu\nu}^a$;

$$Q_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}(\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\mu}^{\lambda}) - \text{кручение.} \quad (2.3.3)$$

Тождество (2.3.1) означает, что в геометрии с абсолютным параллелизмом компоненты тензора римановой кривизны $R_{\beta\mu\nu}^{\beta}$ оказываются полностью скомпенсированными кручением. При этом вместо уравнения (2.2.7) в данной геометрии на основании вариационного принципа получается уравнение Эйнштейна - Картана [27]

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = Y_{\mu\nu}, \quad (2.3.4)$$

где

$$Y_{\mu\nu} = K_{\mu}^{\alpha} K_{\nu}^{\beta} + K_{\mu\alpha}^{\beta} K_{\nu}^{\alpha} + K_{\alpha\mu}^{\beta} K_{\nu}^{\alpha} + K_{\alpha\beta\mu}^{\beta} K_{\nu}^{\alpha} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (K_{\lambda}^{\lambda} K^{\lambda} + K_{\lambda\mu\nu}^{\lambda} K^{\lambda\mu\nu}) - \text{тензор Картана-Схоутена;} \quad (2.3.5)$$

$$K_{\nu} = 2Q_{\nu} = Q_{\nu\lambda}^{\lambda} - \text{след тензора конторсии.} \quad (2.3.6)$$

Это уравнение выглядит так, как если бы кручение пространства, точнее вращательная инерция по [49], являлась источником его кривизны. Верным выглядит и обратное утверждение, что кривизна пространства инициирует его кручение.

В работах Р. Вайценбека, Д. Витали и Г. Шипова в рамках геометрии с абсолютным параллелизмом также получено полностью геометризованное уравнение [49]

$$R_{jm} - \frac{1}{2} R g_{jm} + \Lambda g_{jm} = -\Phi_{jm}, \quad (2.3.7)$$

где правая часть выражена в терминах реперного формализма:

$$\Phi_{jm} = 2 \left\{ \nabla_{[i} \Phi_{|j|m]}^i + \Phi_{s[i}^i \Phi_{|j|m]}^s - \frac{1}{2} g_{jm} g^{pn} (\nabla_{[i} \Phi_{|p|n]}^i + \Phi_{s[i}^i \Phi_{|p|n]}^s) \right\}; \quad (2.3.8)$$

– тензор Вайценбека-Витали-Шипова;

$$\Phi_{jk}^i = -\Omega_{jk}^i + g^{im} (g_{is} \Omega_{mk}^s + g_{ks} \Omega_{mj}^s) \quad (2.3.9)$$

– коэффициенты вращения Риччи;

$$\Omega_{jk}^i = \frac{1}{2} e_a^j (e_{k,j}^a - e_{j,k}^a) \quad (2.3.10)$$

– объект неголономности;

e_{ak} – компоненты единичного вектора вращающегося 3-реперного базиса.

Различные подходы Картана-Схоутена и Вайценбека-Витали-Шипова к построению геометрии с кручением и вращением характеризуют различные типы вращения пространства. Если тензор $Y_{\mu\nu}$ характеризует движение начала пробного вектора по искривленной и вращающейся вакуумной протяженности, то тензор Φ_{ik} характеризует вращение 3-реперного базиса вокруг своей центральной точки.

В общем случае полностью геометризованное уравнение имеет вид

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = Y_{\mu\nu} + \Phi_{\mu\nu}. \quad (2.3.11)$$

Однако не равенство нулю правых частей уравнений (2.3.6), (2.3.7) и (2.3.11) неизбежно приводит к нестационарности вакуумной протяженности, т.к. $Y_{\mu\nu} \neq 0$ и $\Phi_{\mu\nu} \neq 0$ тензоры, поэтому они подчиняются закону

$$\nabla_j (Y_{ik} + \Phi_{ik}) = \frac{\partial (Y_{ik} + \Phi_{ik})}{\partial x^j} - \Gamma_{ij}^l (Y_{lk} + \Phi_{lk}) - \Gamma_{kj}^l (Y_{il} + \Phi_{il}) = 0, \quad (2.3.12)$$

а не законам сохранения.

$$\partial(Y_{ik} + \Phi_{ik})/\partial x^k = 0, \quad (2.3.13)$$

Таким образом, для стабильных вакуумных образований все компоненты тензора Картана-Схоутена $Y_{\mu\nu}$ и тензора Вайценбека-Витали-Шипова Φ_{ik} должны быть равными нулю. При этом тождество (2.3.11) распадается на систему из двух или трех уравнений

$$\begin{cases} R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 0, \\ Y_{\mu\nu} + \Phi_{\mu\nu} = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 0, \\ Y_{\mu\nu} = 0, \\ \Phi_{\mu\nu} = 0. \end{cases} \quad (2.3.14)$$

Важно отметить, что в пространстве Римана-Картана из-за несимметричности символов Кристоффеля $\Gamma_{ik}^m \neq \Gamma_{ki}^m$ несимметричным оказывается и тензор Риччи $R_{\mu\nu} \neq R_{\nu\mu}$. Но в частном случае $\Lambda = 0$, $Y_{\mu\nu} = 0$ и $\Phi_{\mu\nu} = 0$ (или $Y_{\mu\nu} + \Phi_{\mu\nu} = 0$) из уравнений (2.2.5) и (2.3.11) следует, что $R_{\mu\nu} = 0$ и $R_{\nu\mu} = 0$, поэтому они оказываются тождественно равными $R_{\mu\nu} \equiv R_{\nu\mu}$. Это соответствует таким типам вращений и кручений вакуума, которые не оказывают влияние на тензор Риччи $R_{\mu\nu}$, но на компоненты тензора кривизны $R_{\beta\mu\nu}^\beta$ они могут влиять. Это похоже на то, что некий объем пространства вращается по отношению к внешнему наблюдателю, но те, кто находятся внутри этого объема практически не ощущают такого вращения. Например, находясь на поверхности Зем-

ли очень сложно ощутить, что она вращается. Тем не менее, существуют эффекты, свидетельствующие о наличии сил инерции, обусловленные вращательным движением планеты, например, отклонения маятника Фуко, разная крутизна левых и правых берегов рек и т.д. Именно такой тип вращения «ядра» вакуумного образования был допущен в пункте 2.2 (рис. 2.2.2).

2.4 Расширенное (третье) вакуумное уравнение Эйнштейна

До этого момента были рассмотрены совокупности решений хорошо известных специалистам вакуумных уравнений Эйнштейна (2.1.6) и (2.2.7). В этом пункте впервые предлагается рассмотреть расширенный вариант данных уравнений.

В силу свойства компонент метрического тензора (2.2.1), легко показать, что

$$\nabla_j \Lambda g_{ik} = \Lambda \nabla_j g_{ik} = 0. \quad (2.4.1)$$

Также очевидно выполнение равенства

$$\nabla_j (\Lambda_1 g_{ik} + \Lambda_2 g_{ik} + \Lambda_3 g_{ik} + \dots + \Lambda_\infty g_{ik}) = \Lambda_1 \nabla_j g_{ik} + \Lambda_2 \nabla_j g_{ik} + \Lambda_3 \nabla_j g_{ik} + \dots + \Lambda_\infty \nabla_j g_{ik} = 0, \quad (2.4.2)$$

где $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_\infty$ – константы.

Следовательно, руководствуясь теми же соображениями, которые применил Эйнштейн для ввода Λ - члена в уравнение (2.2.3), можно записать

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} + \Lambda_1 g_{ik} + \Lambda_2 g_{ik} + \Lambda_3 g_{ik} + \dots + \Lambda_\infty g_{ik} = 0, \quad (2.4.3)$$

или

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} + (\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 + \dots + \Lambda_\infty) g_{ik} = 0, \quad (2.4.4)$$

где $\Lambda_k = \pm 3/r_k^2$, здесь r_k – радиус k -го сферического вакуумного образования.

Уравнение (2.4.4) может удовлетворять всем требованиям, которым удовлетворяет уравнение (2.2.3), если $\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 + \dots + \Lambda_\infty = \Lambda_0$ (т.е. если сумма данного ряда сходится к Λ_0). Действительно, в этом случае уравнение (2.4.4) приводится к виду уравнения (2.2.3)

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} + \Lambda_0 g_{ik} = 0. \quad (2.4.5)$$

Свертывая уравнение (2.4.4) с g^{ik} , получим

$$g^{ik} \left\{ R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} + (\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 + \dots + \Lambda_\infty) g_{ik} \right\} = R - \frac{n}{2} R + n (\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 + \dots + \Lambda_\infty) = 0, \quad (2.4.6)$$

откуда следует

$$R = \frac{2n}{n-2} \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k = \frac{2n}{n-2} \Lambda_0. \quad (2.4.7)$$

Подставляя (2.4.7) в (2.4.5), при $n = 4$ получим простейший (для рассматриваемого случая) вариант расширенного вакуумного уравнения Эйнштейна

$$R_{ik} - g_{ik} \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k = 0. \quad (2.4.8)$$

Данное выражение будем называть «третьим вакуумным уравнением Эйнштейна».

Сумма ряда в уравнении (2.4.8), с учетом (2.4.7) и $n = 4$, может сходиться к $R/4$:

$$\text{– абсолютно} \quad \Lambda_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k = 3 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{N_k}{r_k^2} = \frac{R}{4}, \quad (2.4.9)$$

или

$$\text{– знакопеременно} \quad \Lambda_0 = 3 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{N_k}{r_k^2} = \frac{R}{4}. \quad (2.4.10)$$

где N_k – последовательность чисел.

Особый интерес представляет в среднем Риччи-плоская вакуумная протяженность с $R_{ik} = 0$, т.к. при этом прослеживается связь с Риччи-плоскими пространствами Калаби-Яу.

В этом случае согласно (2.4.7) и (2.4.8) имеем: $\Lambda_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k = 0$ и $R = 0$, а система уравнений (2.3.14) распадается на систему из трех или четырех уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\mu\nu} = 0, \\ Y_{\mu\nu} + \Phi_{\mu\nu} = 0, \\ \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} R_{\mu\nu} = 0, \\ Y_{\mu\nu} = 0, \\ \Phi_{\mu\nu} = 0, \\ \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k = 0 \end{array} \right. \quad (2.4.11)$$

2.5 Решения третьего вакуумного уравнения Эйнштейна

Рассмотрим наиболее важный, на наш взгляд, случай, когда третье вакуумное уравнение Эйнштейна (2.4.8) имеет вид

$$R_{ik} - g_{ik} \Lambda_0 = 0. \quad (2.5.1)$$

$$\text{где} \quad \Lambda_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k = 3 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{N_k}{r_k^2} = 0 \quad (2.5.2)$$

– знакопередающий ряд, сумма которого равна нулю.

Прежде всего, найдем решения уравнения (2.5.1) при

$$\sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k = \Lambda_0. \quad (2.5.3)$$

Вид уравнения (2.5.1) полностью совпадает с видом второго вакуумного уравнения Эйнштейна (2.2.7). Поэтому решениями уравнения (2.5.1) являются обобщенные метрики Котлера, подобные метрикам (2.2.8) – (2.2.17):

- с сигнатурой $(+ - - -)$, для "выпуклого" вакуумного образования

$$ds_1^{(-)2} = \left(1 - \frac{r_f}{r} + \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_f}{r} + \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.5.4)$$

$$ds_2^{(-)2} = \left(1 + \frac{r_f}{r} - \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_f}{r} - \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.5.5)$$

$$ds_3^{(-)2} = \left(1 - \frac{r_f}{r} - \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_f}{r} - \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.5.6)$$

$$ds_4^{(-)2} = \left(1 + \frac{r_f}{r} + \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_f}{r} + \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.5.7)$$

$$ds_5^{(-)2} = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2); \quad (2.5.8)$$

- сигнатурой $(- + + +)$, для "вогнутого" вакуумного образования

$$ds_5^{(+2)} = -c^2 dt^2 + dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.5.9)$$

$$ds_4^{(+2)} = -\left(1 + \frac{r_f}{r} + \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_f}{r} + \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.5.10)$$

$$ds_3^{(+2)} = -\left(1 - \frac{r_f}{r} - \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_f}{r} - \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.5.11)$$

$$ds_2^{(+2)} = -\left(1 + \frac{r_f}{r} - \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_f}{r} - \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.5.12)$$

$$ds_1^{(+2)} = -\left(1 - \frac{r_f}{r} + \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_f}{r} + \frac{\Lambda_0 r^2}{3}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.5.13)$$

где для более интересного случая (2.4.11) можно записать

$$\Lambda_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3 N_k}{r_k^2} + \sum_{k=1}^{\infty} -\frac{3 N_k}{r_k^2} = 0, \quad (2.5.14)$$

$$r_f = \sum_{k=1}^{\infty} r_k + \sum_{k=1}^{\infty} -r_k = 0, \quad (2.5.15)$$

т.к. допустимо подставить $b = r_f$ в решения (2.1.13).

Далее будут рассмотрены два частных, но, на взгляд автора, важных случая, которые будем условно называть "Иерархия десяти сфер" и "Ветви Люки - Фибоначчи".

2.6 Иерархия десяти сфер

Исследуем частный случай, когда ряды (2.5.14) и (2.5.15) имеют упрощенный вид:

$$\Lambda_0 = \sum_{k=1}^{10} \Lambda_k = \sum_{k=1}^{10} \frac{3}{r_k^2} + \sum_{k=1}^{10} \left(-\frac{3}{r_k^2} \right) = 0, \quad (2.6.1)$$

$$r_f = \sum_{k=1}^{10} r_k + \sum_{k=1}^{10} (-r_k) = 0. \quad (2.6.2)$$

Рассмотрим по отдельности ряды с положительными и отрицательными слагаемыми

$$r_d = \sum_{k=1}^{10} r_k, \quad \Lambda_d = 3 \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{r_k^2}; \quad (2.6.3)$$

$$r_{-d} = \sum_{k=1}^{10} -r_k, \quad \Lambda_{-d} = 3 \sum_{k=1}^{10} -\frac{1}{r_k^2}. \quad (2.6.4)$$

Подставим ряды (2.6.3) в метрики (2.5.4) – (2.5.7) вместо рядов (2.5.14) и (2.5.15) и учтем, что можно записать

$$\begin{aligned} 1 - \frac{r_d}{r} + \frac{\Lambda_d r^2}{3} &= 1 - \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_{10}}{r} + \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \dots + \frac{1}{r_{10}^2} \right) r^2 = \\ &= \left(1 - \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_{10}^2} \right) - \left(1 + \frac{r_9}{r} - \frac{r^2}{r_8^2} \right) + \left(1 - \frac{r_8}{r} + \frac{r^2}{r_7^2} \right) - \left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2} \right) + \left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2} \right) - \left(1 + \frac{r_5}{r} - \frac{r^2}{r_4^2} \right) + \\ &+ \left(1 - \frac{r_4}{r} + \frac{r^2}{r_3^2} \right) - \left(1 + \frac{r_3}{r} - \frac{r^2}{r_2^2} \right) + \left(1 - \frac{r_2}{r} + \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left(1 + \frac{r_1}{r} - \frac{r^2}{r_{10}^2} \right), \end{aligned} \quad (2.6.5)$$

$$\begin{aligned} 1 + \frac{r_d}{r} - \frac{\Lambda_d r^2}{3} &= 1 + \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_{10}}{r} - \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \dots + \frac{1}{r_{10}^2} \right) r^2 = \\ &= \left(1 + \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_9^2} \right) - \left(1 - \frac{r_9}{r} + \frac{r^2}{r_8^2} \right) + \left(1 + \frac{r_8}{r} - \frac{r^2}{r_7^2} \right) - \dots + \left(1 + \frac{r_2}{r} - \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left(1 - \frac{r_1}{r} + \frac{r^2}{r_{10}^2} \right), \end{aligned} \quad (2.6.6)$$

$$\begin{aligned} 1 - \frac{r_d}{r} - \frac{\Lambda_d r^2}{3} &= 1 - \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_{10}}{r} - \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \dots + \frac{1}{r_{10}^2} \right) r^2 = \\ &= \left(1 - \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_9^2} \right) - \left(1 + \frac{r_9}{r} + \frac{r^2}{r_8^2} \right) + \left(1 - \frac{r_8}{r} - \frac{r^2}{r_7^2} \right) - \dots + \left(1 - \frac{r_2}{r} - \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left(1 + \frac{r_1}{r} + \frac{r^2}{r_{10}^2} \right), \end{aligned} \quad (2.6.7)$$

$$\begin{aligned} 1 + \frac{r_d}{r} + \frac{\Lambda_d r^2}{3} &= 1 + \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_{10}}{r} + \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \dots + \frac{1}{r_{10}^2} \right) r^2 = \\ &= \left(1 + \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_9^2} \right) - \left(1 - \frac{r_9}{r} - \frac{r^2}{r_8^2} \right) + \left(1 + \frac{r_8}{r} + \frac{r^2}{r_7^2} \right) - \dots + \left(1 + \frac{r_2}{r} + \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left(1 - \frac{r_1}{r} - \frac{r^2}{r_{10}^2} \right). \end{aligned} \quad (2.6.8)$$

В результате получим метрики с сигнатурой $(+---)$:

$$ds_1^{(-)2} = \left\{ \left(1 - \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_9^2} \right) - \left(1 + \frac{r_9}{r} - \frac{r^2}{r_8^2} \right) + \left(1 - \frac{r_8}{r} + \frac{r^2}{r_7^2} \right) - \dots + \left(1 - \frac{r_2}{r} + \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left(1 + \frac{r_1}{r} - \frac{r^2}{r_{10}^2} \right) \right\} c^2 dt^2 -$$

$$- \left\{ \left(1 - \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_9^2} \right) - \left(1 + \frac{r_9}{r} - \frac{r^2}{r_8^2} \right) + \left(1 - \frac{r_8}{r} + \frac{r^2}{r_7^2} \right) - \dots + \left(1 - \frac{r_2}{r} + \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left(1 + \frac{r_1}{r} - \frac{r^2}{r_{10}^2} \right) \right\}^{-1} dr^2 -$$

$$- r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.9)$$

$$ds_2^{(-)2} = \left\{ \left(1 + \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_9^2} \right) - \left(1 - \frac{r_9}{r} + \frac{r^2}{r_8^2} \right) + \left(1 + \frac{r_8}{r} - \frac{r^2}{r_7^2} \right) - \dots + \left(1 + \frac{r_2}{r} - \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left(1 - \frac{r_1}{r} + \frac{r^2}{r_{10}^2} \right) \right\} c^2 dt^2 -$$

$$- \left\{ \left(1 + \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_9^2} \right) - \left(1 - \frac{r_9}{r} + \frac{r^2}{r_8^2} \right) + \left(1 + \frac{r_8}{r} - \frac{r^2}{r_7^2} \right) - \dots + \left(1 + \frac{r_2}{r} - \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left(1 - \frac{r_1}{r} + \frac{r^2}{r_{10}^2} \right) \right\}^{-1} dr^2 -$$

$$- r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.10)$$

$$ds_3^{(-)2} = \left\{ \left(1 - \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_9^2} \right) - \left(1 + \frac{r_9}{r} + \frac{r^2}{r_8^2} \right) + \left(1 - \frac{r_8}{r} - \frac{r^2}{r_7^2} \right) - \dots + \left(1 - \frac{r_2}{r} - \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left(1 + \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_{10}^2} \right) \right\} c^2 dt^2 -$$

$$- \left\{ \left(1 - \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_9^2} \right) - \left(1 + \frac{r_9}{r} + \frac{r^2}{r_8^2} \right) + \left(1 - \frac{r_8}{r} - \frac{r^2}{r_7^2} \right) - \dots + \left(1 - \frac{r_2}{r} - \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left(1 + \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_{10}^2} \right) \right\}^{-1} dr^2 -$$

$$- r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.11)$$

$$ds_4^{(-)2} = \left\{ \left(1 + \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_9^2} \right) - \left(1 - \frac{r_9}{r} - \frac{r^2}{r_8^2} \right) + \left(1 + \frac{r_8}{r} + \frac{r^2}{r_7^2} \right) - \dots + \left(1 + \frac{r_2}{r} + \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left(1 - \frac{r_1}{r} - \frac{r^2}{r_{10}^2} \right) \right\} c^2 dt^2 -$$

$$- \left\{ \left(1 + \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_9^2} \right) - \left(1 - \frac{r_9}{r} - \frac{r^2}{r_8^2} \right) + \left(1 + \frac{r_8}{r} + \frac{r^2}{r_7^2} \right) - \dots + \left(1 + \frac{r_2}{r} + \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left(1 - \frac{r_1}{r} - \frac{r^2}{r_{10}^2} \right) \right\}^{-1} dr^2 -$$

$$- r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.12)$$

$$ds_5^{(-)2} = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (2.6.13)$$

Точно также, подстановка рядов (2.6.4) в метрики (2.5.10) – (2.5.13) приводит к получению метрик с антиподной сигнатурой $(-+++)$:

$$ds_5^{(+2)} = -c^2 dt^2 + dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (2.6.14)$$

$$\begin{aligned} ds_4^{(+2)} = & -\left\{\left(1 + \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_9^2}\right) - \left(1 - \frac{r_9}{r} - \frac{r^2}{r_8^2}\right) + \left(1 + \frac{r_8}{r} + \frac{r^2}{r_7^2}\right) - \dots + \left(1 + \frac{r_2}{r} + \frac{r^2}{r_1^2}\right) - \left(1 - \frac{r_1}{r} - \frac{r^2}{r_{10}^2}\right)\right\} c^2 dt^2 + \\ & + \left\{\left(1 + \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_9^2}\right) - \left(1 - \frac{r_9}{r} - \frac{r^2}{r_8^2}\right) + \left(1 + \frac{r_8}{r} + \frac{r^2}{r_7^2}\right) - \dots + \left(1 + \frac{r_2}{r} + \frac{r^2}{r_1^2}\right) - \left(1 - \frac{r_1}{r} - \frac{r^2}{r_{10}^2}\right)\right\}^{-1} dr^2 + \\ & + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \end{aligned} \quad (2.6.15)$$

$$\begin{aligned} ds_3^{(+2)} = & -\left\{\left(1 - \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_9^2}\right) - \left(1 + \frac{r_9}{r} + \frac{r^2}{r_8^2}\right) + \left(1 - \frac{r_8}{r} - \frac{r^2}{r_7^2}\right) - \dots + \left(1 - \frac{r_2}{r} - \frac{r^2}{r_1^2}\right) - \left(1 + \frac{r_1}{r} + \frac{r^2}{r_{10}^2}\right)\right\} c^2 dt^2 + \\ & + \left\{\left(1 - \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_9^2}\right) - \left(1 + \frac{r_9}{r} + \frac{r^2}{r_8^2}\right) + \left(1 - \frac{r_8}{r} - \frac{r^2}{r_7^2}\right) - \dots + \left(1 - \frac{r_2}{r} - \frac{r^2}{r_1^2}\right) - \left(1 + \frac{r_1}{r} + \frac{r^2}{r_{10}^2}\right)\right\}^{-1} dr^2 + \\ & + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \end{aligned} \quad (2.6.16)$$

$$\begin{aligned} ds_2^{(+2)} = & -\left\{\left(1 + \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_9^2}\right) - \left(1 - \frac{r_9}{r} + \frac{r^2}{r_8^2}\right) + \left(1 + \frac{r_8}{r} - \frac{r^2}{r_7^2}\right) - \dots + \left(1 + \frac{r_2}{r} - \frac{r^2}{r_1^2}\right) - \left(1 - \frac{r_1}{r} + \frac{r^2}{r_{10}^2}\right)\right\} c^2 dt^2 + \\ & + \left\{\left(1 + \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_9^2}\right) - \left(1 - \frac{r_9}{r} + \frac{r^2}{r_8^2}\right) + \left(1 + \frac{r_8}{r} - \frac{r^2}{r_7^2}\right) - \dots + \left(1 + \frac{r_2}{r} - \frac{r^2}{r_1^2}\right) - \left(1 - \frac{r_1}{r} + \frac{r^2}{r_{10}^2}\right)\right\}^{-1} dr^2 + \\ & + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \end{aligned} \quad (2.6.17)$$

$$\begin{aligned} ds_1^{(+2)} = & -\left\{\left(1 - \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_9^2}\right) - \left(1 + \frac{r_9}{r} - \frac{r^2}{r_8^2}\right) + \left(1 - \frac{r_8}{r} + \frac{r^2}{r_7^2}\right) - \dots + \left(1 - \frac{r_2}{r} + \frac{r^2}{r_1^2}\right) - \left(1 + \frac{r_1}{r} - \frac{r^2}{r_{10}^2}\right)\right\} c^2 dt^2 + \\ & + \left\{\left(1 - \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_9^2}\right) - \left(1 + \frac{r_9}{r} - \frac{r^2}{r_8^2}\right) + \left(1 - \frac{r_8}{r} + \frac{r^2}{r_7^2}\right) - \dots + \left(1 - \frac{r_2}{r} + \frac{r^2}{r_1^2}\right) - \left(1 + \frac{r_1}{r} - \frac{r^2}{r_{10}^2}\right)\right\}^{-1} dr^2 + \\ & + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \end{aligned} \quad (2.6.18)$$

Рассмотрим, чему могут быть равны радиусы r_k в метриках (2.6.5) – (2.6.18).

Естественно предположить, что в полностью геометризированной физике должны присутствовать только геометрические константы. К таким константам могут относиться: R_v – параметрический радиус Вселенной, и $l_c \approx c \Delta t \approx c \cdot 1 \text{сек} \approx 2,9 \cdot 10^{10} \text{см}$ – расстояние, которое проходит луч света в вакууме за единичный промежуток времени $\Delta t = 1 \text{сек}$.

Предположим, что радиусы r_k в метриках (2.6.5) – (2.6.18) оцениваются соотношением

$$r_k \sim R_v^2 / l_{ck},$$

где $l_{ck} = (2,9 \cdot 10^{10})^k \text{см}$ – расстояние полученное путем возведения числа $2,9 \cdot 10^{10}$ в степень k .

Если положить, что $R_v \approx 10^{25}$ см, то получим приближенное отношение

$$r_k \sim \frac{R_v^2}{l_{ck}} = \frac{10^{50}}{(2,9 \cdot 10^{10})^k} \text{ см}, \quad (2.6.19)$$

из которого следует иерархическая последовательность радиусов десяти сфер:

(2.6.20)

- $r_1 \sim 3,4 \cdot 10^{39}$ см – радиус, соизмеримый с радиусом замкнутой Вселенной*²;
- $r_2 \sim 1,2 \cdot 10^{29}$ см – радиус, соизмеримый с радиусом ядра метagalактики;
- $r_3 \sim 4 \cdot 10^{18}$ см – радиус, соизмеримый с радиусом ядра галактики;
- $r_4 \sim 1,4 \cdot 10^8$ см – радиус, соизмеримый с радиусом ядра звезды (планеты);
- $r_5 \sim 4,9 \cdot 10^{-3}$ см – радиус, соизмеримый с радиусом биологической клетки;
- $r_6 \sim 1,7 \cdot 10^{-13}$ см – радиус, соизмеримый с радиусом ядра элементарной частицы;
- $r_7 \sim 5,8 \cdot 10^{-24}$ см – радиус, соизмеримый с радиусом ядра прото-кварка*;
- $r_8 \sim 2,1 \cdot 10^{-34}$ см – радиус, соизмеримый с радиусом ядра планктона*;
- $r_9 \sim 7 \cdot 10^{-45}$ см – радиус, соизмеримый с радиусом ядра прото-планктона*;
- $r_{10} \sim 2,4 \cdot 10^{-55}$ см – радиус, соизмеримый с радиусом ядра инстантона*.

Радиусы r_2 , r_3 , r_4 и r_5 соизмеримы с усредненными радиусами ядер реальных сферических образований: метagalктик, галактик, звезд (планет) и биологических клеток, а радиус r_6 практически совпал с "классическим радиусом" электрона $2,8 \cdot 10^{-13}$ см. Поэтому не исключено, что и оставшиеся радиусы r_1 , r_7 , r_8 , r_9 и r_{10} данной по-

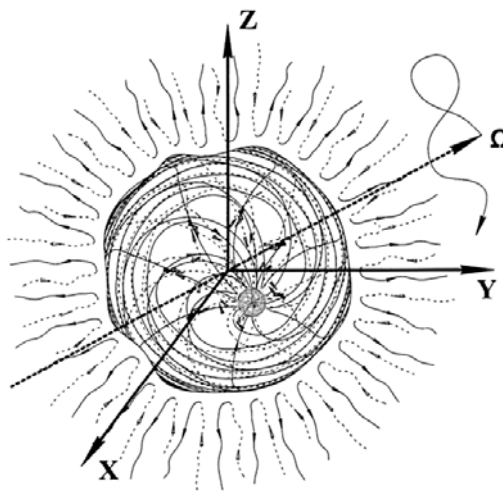


Рис. 2.6.1. Последовательность вложенных друг в друга сферических вакуумных образований

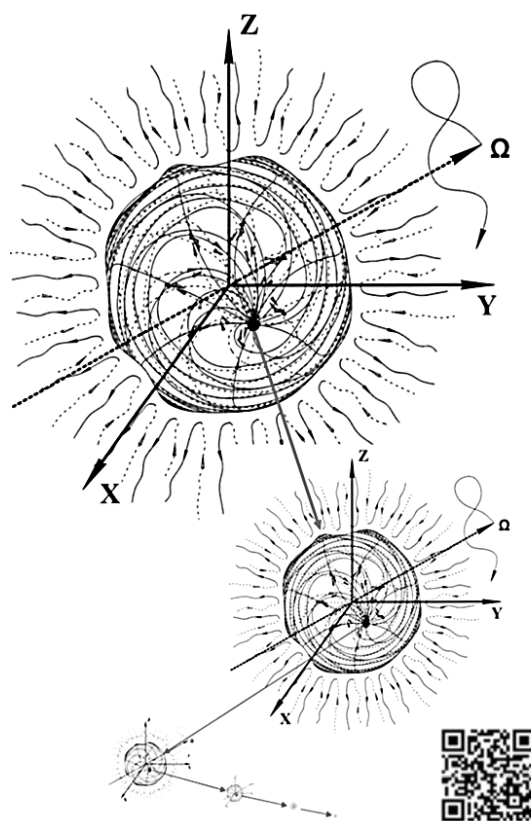


Рис. 2.6.2. Иерархия десяти вложенных друг в друга сферических вакуумных образований

² Названия сферических образований, отмеченных звездочкой (*), введены автором.

следовательности, также соответствуют усредненным радиусам сферических образований, населяющих окружающий мир.

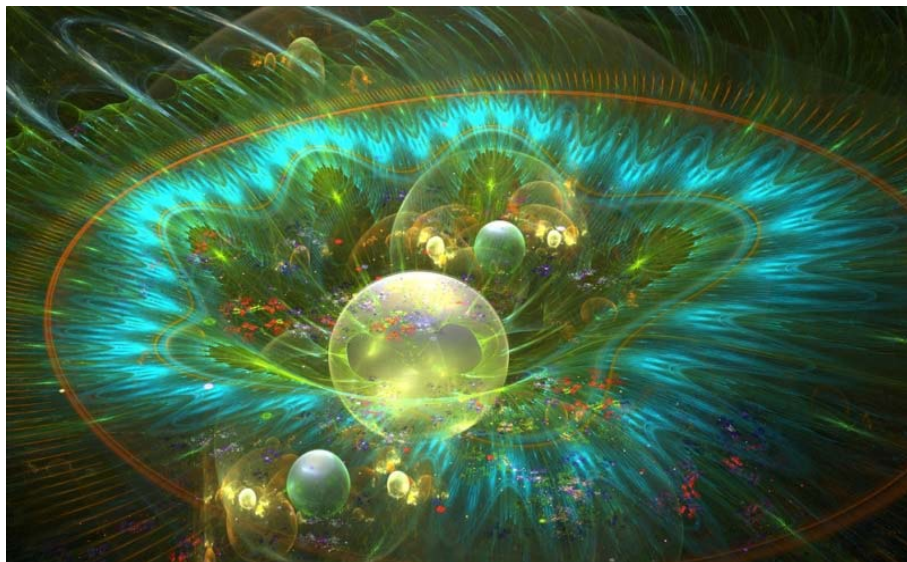


Рис. 2.6.2 а. Фрактальные иллюстрации иерархии вложенных сферических вакуумных образований (2.6.20)

Метрики (2.6.5) – (2.6.18) являются решениями упрощенного до десяти Λ -членов третьего вакуумного уравнения Эйнштейна (2.5.1):

$$R_{ik} - g_{ik} \sum_{k=1}^{10} \Lambda_k = 0, \quad (2.6.21)$$

$$\text{где} \quad \sum_{k=1}^{10} \Lambda_k = \sum_{k=1}^{10} \frac{3}{r_k^2} + \sum_{k=1}^{10} \left(-\frac{3}{r_k^2} \right) = 0, \quad r_f = \sum_{k=1}^{10} r_k + \sum_{k=1}^{10} (-r_k) = 0.$$

При иерархии радиусов r_k (2.6.20) эти решения описывают последовательность десяти вложенных друг в друга сферических вакуумных образований (рис. 2.6.1, 2.6.2).

Для примера рассмотрим одно сферическое вакуумное образование из иерархии (2.6.20) с радиусом $r_6 \sim 1,7 \cdot 10^{-13}$ см, соответствующим характерным размерам "ядер" элементарных частиц. Все остальные вакуумные образования из рассматриваемой иерархии (2.6.20) устроены аналогично.

В метриках (2.6.9) – (2.6.12), оставим только те слагаемые, которые содержат радиусы r_6 . В результате получим следующую многослойную метрико-динамическую модель условно выпуклого вакуумного образования, которую будем называть «электрон», т.к. радиус ядра такого образования практически совпадает с "классическим радиусом" электрона $r_6 \approx 2,8 \cdot 10^{-13}$ см:

$$\text{«ЭЛЕКТРОН»}^3 \quad (2.6.22)$$

"Выпуклое" многослойное вакуумное образование с сигнатурой $(+---)$ состоящее из:

Внешняя оболочка «электрона»
в интервале $[r_5, r_6]$ (рис. 2.6.3)

$$ds_1^{(+---)2} = \left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2} \right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2} \right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.23)$$

$$ds_2^{(+---)2} = \left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2} \right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2} \right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.24)$$

$$ds_3^{(+---)2} = \left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2} \right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2} \right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.25)$$

$$ds_4^{(+---)2} = \left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2} \right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2} \right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.26)$$

³ В данной работе названия частиц взяты в кавычки, например, «электрон», так как метрико-динамические модели данных вакуумных образований во многом отличаются от модельных представлений об этих частицах в квантовой физике. Автору хорошо известно, что в современных квантовых теориях элементарные частицы не имеют размеров, и вместе с тем точечность элементарных частиц является одной из основных проблем современных модельных представлений о микромире. В этой работе по стохастической метрической физике, развиваемой на базе аксиоматики Алгебры сигнатур, показывается, что элементарные частицы, как и любые другие сферические вакуумные образования имеют ядра с усредненными характерными размерами из иерархии (2.6.20).

Ядро «электрона»
в интервале $[r_6, r_7]$ (рис. 2.6.3)

$$ds_1^{(+---)2} = \left(1 - \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.27)$$

$$ds_2^{(+---)2} = \left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.28)$$

$$ds_3^{(+---)2} = \left(1 - \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.29)$$

$$ds_4^{(+---)2} = \left(1 + \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.30)$$

Шельт «электрона»

в интервале $[0, \infty]$

$$ds_5^{(+---)2} = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (2.6.31)$$

Аналогично в метриках (2.6.15) – (2.6.18) оставим только те слагаемые, которые содержат радиусы r_6 . В результате получим следующую метрико-динамическую модель условно вогнутого вакуумного образования, которую будем называть «позитрон»:

«ПОЗИТРОН» (2.6.32)

«Вогнутое» вакуумное образование с сигнатурой $(-+++)$
состоящее из:

Внешняя оболочка «позитрона»

в интервале $[r_5, r_6]$ (рис. 2.6.3)

$$ds_1^{(-+++)2} = -\left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.33)$$

$$ds_2^{(-+++)2} = -\left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.34)$$

$$ds_3^{(-+++)2} = -\left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.35)$$

$$ds_4^{(-+++)2} = -\left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.36)$$

Ядро «позитрона»

в интервале $[r_6, r_7]$ (рис. 2.6.3)

$$ds_1^{(-+++)^2} = -\left(1 - \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.37)$$

$$ds_2^{(-+++)^2} = -\left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.38)$$

$$ds_3^{(-+++)^2} = -\left(1 - \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.39)$$

$$ds_4^{(-+++)^2} = -\left(1 + \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.6.40)$$

Шельт «позитрона»

в интервале $[0, \infty]$

$$ds_5^{(-+++)^2} = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (2.6.41)$$

Совокупности метрик (2.6.23) – (2.6.31) и (2.6.33) – (2.6.41) отличаются только сигнатурой. То есть «электрон» (2.6.22) и «позитрон» (2.6.32) – это полностью идентичные антиподные копии друг друга. Если «электрон» условно назвать "выпуклостью" вакуумной протяженности, то "позитрон" – это точно такая же ее "вогнутость".

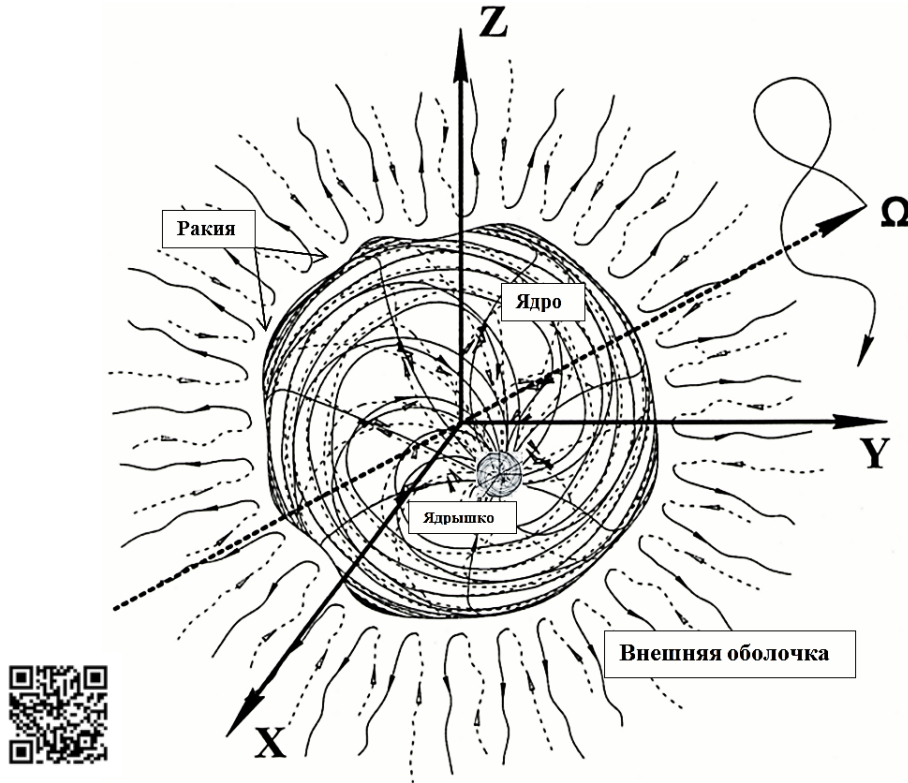


Рис. 2.6.3. "Внешняя оболочка", "ракия", "ядро" и внутреннее "ядрышко" сферического вакуумного образования

На рис. 2.6.3 показана геометризированная модель сферического вакуумного образования с радиусами сфер из иерархии (2.6.20). В частном случае, «электрон» (или его антиподная копия – «позитрон») имеет (рис. 2.6.3): ядро с радиусом $r_6 \sim 1,7 \cdot 10^{-13}$ см; внутреннее «ядрышко» с радиусом $r_7 \sim 5,8 \cdot 10^{-24}$ см; и «внешнюю оболочку», распространяющуюся от $r_6 \sim 1,7 \cdot 10^{-13}$ см до $r_5 \sim 4,9 \cdot 10^{-3}$ см (или до $r_4 \sim 1,4 \cdot 10^8$ см, или до $r_3 \sim 4 \cdot 10^{18}$ см и т.д. в зависимости от того, внутри какого сферического образования находится данное ядро «электрона»).

В другом случае, например, «планеты» (или «антипланеты»): «ядро» имеет радиус $r_4 \sim 1,4 \cdot 10^8$ см; «ядрышко» имеет радиус $r_5 \sim 4,9 \cdot 10^{-3}$ см (или $r_6 \sim 1,7 \cdot 10^{-13}$ см, и т.д. в зависимости от того, какое сферическое образование находится внутри ядра «планеты»), а «внешняя оболочка» распространяется от $r_4 \sim 1,4 \cdot 10^8$ см до $r_3 \sim 4 \cdot 10^{18}$ см (или до $r_2 \sim 1,2 \cdot 10^{29}$ см, или до $r_1 \sim 3,4 \cdot 10^{39}$ см и в зависимости от того внутри какой сферы находится ядро «планеты»).

«Шельт» (2.6.31) или (2.6.41) сферического вакуумного образования начинается в его центре, и заканчивается на бесконечности. «Шельт» – это своеобразная память о недеформированном состоянии рассматриваемого участка вакуумной протяженности. Его как-бы не существует в искривленном состоянии участка вакуума, но без $g_{ii}^{0(-)}$ «шельта», согласно выражению (2.1.32), невозможно определить деформацию и относительное удлинения данного участка вакуума.

«Ракия» (рис. 2.6.3) – это сферическая граница между «ядром» и «внешней оболочкой» любого сферического вакуумного образования.

2.7 Ветви Люки - Фибоначчи

Вернемся к рассмотрению ряда (2.5.2)

$$\Lambda_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k = 3 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{N_k}{r_k^2} = 0. \quad (2.7.1)$$

Среди множества числовых последовательностей особое место занимает «последовательность Фибоначчи», которую можно записать двумя способами:

$$\begin{array}{cc} n & & -12 & -11 & -10 & -9 & -8 & -7 & -6 & -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ F_n & \dots, & -156, & 100, & -56, & 44, & -21, & 13, & -8, & 5, & -3, & 2, & -1, & 1, & 0, & 1, & 1, & 2, & 3, & 5, & 8, & 13, & 21, & 44, & 56, & 100, & 156, & \dots \end{array} \quad (2.7.2)$$

$$F_n' \quad \dots, \quad 156, -100, 56, -44, 21, -13, 8, -5, 3, -2, 1, -1, 0, -1, -1, -2, -3, -5, -8, -13, -21, -44, -56, -100, -156, \dots \quad (2.7.3)$$

так как в обоих случаях сумма двух предшествующих чисел равна последующему числу

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}.$$

Используем данные последовательности для ряда (2.7.1)

$$\Lambda_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda_{nk} = 3 \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{F_n}{r_k^2} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{F_n'}{r_k^2} \right) = 0. \quad (2.7.4)$$

Также могут использоваться числа Люка, которые задаются рекуррентной формулой

$$L_n = L_{n-1} + L_{n-2} \text{ при } L_0 = 2 \text{ и } L_1 = 1; \text{ или } L_n = \varphi^n + (1 - \varphi)^n = \varphi^n + (-\varphi)^{-n}, \quad (2.7.5)$$

где $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ – золотое сечение.

$$\begin{array}{cccccccccccccc} n & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ L_n : & 2, & 1, & 3, & 4, & 7, & 11, & 18, & 29, & 47, & 76, & 123, & 199, & 322, \dots \end{array} \quad (2.7.6)$$

В этом случае ряд (2.7.1) может принять вид

$$\Lambda_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda_{nk} = 3 \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{L_n}{r_k^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-L'_n}{r_k^2} \right) = 0. \quad (2.7.7)$$

С учетом (2.7.4) и (2.7.7) третье вакуумное уравнение (2.5.1) можно записать в виде

$$R_{ik} - g_{ik} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3L_n}{r_k^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-3L'_n}{r_k^2} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{3F_n}{r_k^2} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{3F'_n}{r_k^2} \right) = 0. \quad (2.7.8)$$

Поскольку выполняется условия (2.7.4) и (2.7.7), аналогичные (2.5.2), то и решения уравнения (2.7.8) будут аналогичными решению уравнения (2.5.1). Только в этом случае в метрики (2.5.4) – (2.5.13) следует подставлять не ряд (2.5.14), а в общем случае ряд

$$\Lambda_0 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Lambda_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3L_n}{r_k^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-3L'_n}{r_k^2} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{3F_n}{r_k^2} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{3F'_n}{r_k^2} = 0. \quad (2.7.9)$$

Ожидание того, что вакуумные уравнения должны включать числа Фибоначчи F_n , Люки L_n и Фидия φ (золотые сечения), связано с тем, что эти числа являются ориентирами на пути поиска «Гармонии» и часто проявляются в Природе.

Соединяя результаты этого и предыдущего пунктов, приходим к следующей модели Мироздания: иерархическая последовательность 10-и сфер с радиусами r_k (2.6.20) выступает в роли «Ствола Древа», а решения уравнения (2.7.8) выглядят как Ветви Люки - Фибоначчи, расходящиеся во все стороны от этого грандиозного Ствола.

Теперь можно ответить на следующий вопрос. Если в правых частях вакуумных уравнений Эйнштейна (2.1.6), (2.2.7) и (2.4.8) стоит ноль, т.е. отсутствует плотность энергии-импульса материи то, что же в таком случае наполняет мир?

В рамках развиваемых здесь представлений мир наполнен множеством сферических «выпуклых» и «вогнутых» вакуумных образований с различными радиусами, которые взаимодействуют между собой посредством вакуумных токов (течений).

Токовые взаимодействия (электромагнитные, ядерные и гравитационные) между сферическими вакуумными образованиями различных масштабов описаны в главах 5, 8 и 9.

2.8 Элементы Алгебры сигнатур

Вернемся к рассмотрению метрик (2.1.16) и (2.1.19), которые для краткости представим в декартовой системе координат:

$$ds^{(+---)^2} = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0 \text{ с сигнатурой } (+---), \quad (2.8.1)$$

$$ds^{(-+++)^2} = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0 \text{ с сигнатурой } (-+++). \quad (2.8.2)$$

Здесь условно принято:

$$s^{(+---)^2} = ds^{(-)^2}, \quad s^{(-+++)^2} = ds^{(+)^2}, \quad x_0^2 = c^2 dt^2, \quad x_1^2 = dx^2, \quad x_2^2 = dy^2, \quad x_3^2 = dz^2. \quad (2.8.3)$$

Данные метрики являются решениями одновременно всех трех вакуумных уравнений (2.1.6), (2.2.7) и (2.4.8).

Кроме метрик (2.8.1) и (2.8.2) с сигнатурами (+---) и (-+++), можно записать еще 14 метрик с всевозможными сигнатурами:

$$\begin{array}{ll} s^{(+++)^2} = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0 & s^{(---)^2} = -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0 \\ s^{(---+)^2} = -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0 & s^{(+++)^2} = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0 \\ s^{(+--+)^2} = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0 & s^{(-++-)^2} = -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0 \\ s^{(-+-)^2} = -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0 & s^{(++-+)^2} = x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0 \quad (2.8.4) \\ s^{(-++-)^2} = -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0 & s^{(+--+)^2} = x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0 \\ s^{(+--+)^2} = x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0 & s^{(-+-+)^2} = -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0 \\ \underline{s^{(+++-)^2} = x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0} & \underline{s^{(---+)^2} = -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0} \\ s^{(+---)^2} = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0 & s^{(-+++)^2} = -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0 \end{array} \quad (2.8.5)$$

Действия с метриками (2.8.4) и (2.8.5) производятся по столбцам и по строчкам, поэтому такие совокупности метрик называются «ранжирами» (*смотрите главу I*).

Вместо суммирования однородных слагаемых в ранжирах (2.8.4) и (2.8.5), можно суммировать только знаки, стоящие перед этими слагаемыми, поэтому для сокращения записей целесообразно вместо ранжиров (2.8.4) и (2.8.5) ввести следующие эквивалентные ранжиры

$$\begin{array}{llll} (+ + + +) & + & (- - - -) & = 0 \\ (- - - +) & + & (+ + + -) & = 0 \\ (+ - - +) & + & (- + + -) & = 0 \\ (- - + -) & + & (+ + - +) & = 0 \\ (+ + - -) & + & (- - + +) & = 0 \\ (- + - -) & + & (+ - + +) & = 0 \\ \underline{(+ - + -)} & + & \underline{(- + - +)} & = 0 \\ (+ - - -)_+ & + & (- + + +)_+ & = 0, \end{array} \quad (2.8.6)$$

Знак после скобки в знаменателе ранжира (...) + показывает какая операция производится со знаками в столбцах и/или строках ранжиров: (...) + - сложение, (...) - - вычитание, (...) : - деление, (...) × - умножение.

Все метрики, находящиеся выше черты, т.е. в числителях ранжиров (2.8.4) и (2.8.5), не являются решениями вакуумных уравнений Эйнштейна (2.1.6), (2.2.7) и (2.4.8), в чем можно убедиться прямой подстановкой компонент метрических тензоров из данных метрик в эти уравнения.

Однако, сумма, например, семи метрик из числителя ранжира (2.8.4) равна метрике с сигнатурой (+ - - -): $s^{(+---)^2} = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0$. Чтобы получить данный результат нужно сложить по столбцам однородные слагаемые в этом ранжире.

Аналогично, сумма семи метрик из числителя ранжира (2.8.5) равна метрике с противоположной сигнатурой (- + + +): $s^{(-+++)^2} = -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$.

Поэтому решениями вакуумных уравнений Эйнштейна (2.1.6), (2.2.7) и (2.4.8) являются также суммы семи метрик (2.8.4) и/или (2.8.5), как по вертикали:

$$ds^{(+---)^2} = ds^{(++++)^2} + ds^{(----)^2} + ds^{(+--+)^2} + ds^{(-+--)^2} + ds^{(++--)^2} + ds^{(-+-+)^2} + ds^{(+--+)^2}, \quad (2.8.7)$$

$$ds^{(-+++)^2} = ds^{(----)^2} + ds^{(++++)^2} + ds^{(-++-)^2} + ds^{(+-+-)^2} + ds^{(--+-)^2} + ds^{(+--+)^2} + ds^{(-+-+)^2},$$

так и по горизонтали, например,

$$ds^{(+--+)^2} + ds^{(-+-+)^2} = 0 \cdot c^2 dt^2 + 0 \cdot dr^2 + 0 \cdot d\theta^2 + 0 \cdot \sin^2 \theta d\varphi^2 = ds^{(0000)^2}. \quad (2.8.8)$$

Кроме того решением данных вакуумных уравнений является также сумма всех 16 метрик (2.8.4) и (2.8.5)

$$\begin{aligned} ds_{\Sigma}^2 = & ds^{(+---)^2} + ds^{(++++)^2} + ds^{(----)^2} + ds^{(+--+)^2} + \\ & + ds^{(-+--)^2} + ds^{(++--)^2} + ds^{(-+-+)^2} + ds^{(+--+)^2} + \\ & + ds^{(-+++)^2} + ds^{(----)^2} + ds^{(++++)^2} + ds^{(-++-)^2} + \\ & + ds^{(+--+)^2} + ds^{(--+-)^2} + ds^{(+--+)^2} + ds^{(-+-+)^2} = ds^{(0000)^2} = 0. \end{aligned} \quad (2.8.9)$$

Эквивалентное сигнатурное представление выражения (2.8.9) имеет вид

$$\begin{aligned} & (+---) + (++++) + (----) + (+--+)+ \\ & + (-+--) + (++--) + (-+-) + (+--+)+ \\ & + (-+++)+ (----) + (++++)+ (-++-)+ \\ & + (++-+) + (-+++) + (+--+)+ (-+-) = \{0000\}, \end{aligned} \quad (2.8.10)$$

а ранжирное представление того же выражения имеет вид «вакуумного условия»:

$$\begin{aligned}
 0 &= \underline{(0 \ 0 \ 0 \ 0)} & + & \underline{(0 \ 0 \ 0 \ 0)} & = 0 \\
 0 &= (+ \ + \ + \ +) & + & (- \ - \ - \ -) & = 0 \\
 0 &= (- \ - \ - \ +) & + & (+ \ + \ + \ -) & = 0 \\
 0 &= (+ \ - \ - \ +) & + & (- \ + \ + \ -) & = 0 \\
 0 &= (- \ - \ + \ -) & + & (+ \ + \ - \ +) & = 0 \\
 0 &= (+ \ + \ - \ -) & + & (- \ - \ + \ +) & = 0 \\
 0 &= (- \ + \ - \ -) & + & (+ \ - \ + \ +) & = 0 \\
 0 &= (+ \ - \ + \ -) & + & (- \ + \ - \ +) & = 0 \\
 0 &= \underline{(- \ + \ + \ +)} & + & \underline{(+ \ - \ - \ -)} & = 0 \\
 0 &= (0 \ 0 \ 0 \ 0)_+ & + & (0 \ 0 \ 0 \ 0)_+ & = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.8.11}$$

которое еще называется "расщеплением нуля"
(смотрите главу 1, Определение 1.12.1).

Семнадцать сигнатур (2.8.10) образуют группу по операциям сложения, вычитания, деления и умножения, а шестнадцать сигнатур из ранжиров (2.8.11) образуют антисимметричную матрицу, являющуюся результатом кронекерова квадрата двурядной матрицы бинарных сигнатур [22]:



Рис. 2.8.1. Фрактальная иллюстрация наложения и переплетения шестнадцати 4-мерных пространств с различными сигнатурами (топологиями)

$$\begin{pmatrix} (+ +) & (+ -) \\ (- +) & (- -) \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} (++++ & ++++ & (+-++) & (+--+ \\ (+++- & (-+++ & (+--+ & (+---) \\ (-+++) & (-++- & (--++) & (--+-) \\ (-+-+) & (-+-- & (----) & (----) \end{pmatrix}. \tag{2.8.12}$$

По классификации Феликса Клейна квадратичные формы (2.8.4) и (2.8.5) разделяются на три топологических класса (смотрите главу 1) [29]:

1-й класс: квадратичные формы (метрики), сигнатуры которых состоят из четырех одинаковых знаков:

$$x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0 \quad (+ + + +) \tag{2.8.13}$$

$$-x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0 \quad (- - - -) \tag{2.8.14}$$

– это "нулевые" метрические 4-пространства. У этих пространств имеется только одна действительная точка, находящаяся в начале светового конуса. Все остальные точки этих протяженностей являются мнимыми. По сути, метрика (2.8.13) описывает не протяженность, а единственную *точку* (или условно "белую" точку); а метрика (2.8.14) описывает единственную *антиточку* (или условно "черную" точку).

2-й класс: метрики, сигнатуры которых состоят из трех одинаковых знаков и одного противоположного:

$$\begin{aligned}
 -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 &= 0 & (---+) \\
 -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 &= 0 & (--- -) \\
 -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 &= 0 & (-+--) \\
 x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 &= 0 & (+--- -) \\
 x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 &= 0 & (+++ -) \\
 x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 &= 0 & (++ - +) \\
 x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 &= 0 & (+ - + +) \\
 -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 &= 0 & (- + + +)
 \end{aligned} \tag{2.8.15}$$

– это овальные поверхности [29]: а) эллипсоиды; б) эллиптические параболоиды; с) двуполостные гиперболоиды.

3-й класс: метрики, сигнатуры которых состоят из двух положительных и двух отрицательных знаков:

$$\begin{aligned}
 x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 &= 0 & (+---+) \\
 x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 &= 0 & (++-- -) \\
 x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 &= 0 & (+ - + -) \\
 -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 &= 0 & (- + + -) \\
 -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 &= 0 & (--+++) \\
 -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 &= 0 & (- + - +)
 \end{aligned} \tag{2.8.16}$$

– это различные варианты кольцеобразных поверхностей [29]: а) однополосные гиперболоиды; б) гиперболические параболоиды.

Упрощенная иллюстрация связи сигнатуры 2-мерной протяженности с ее топологией показана на рис. 2.8.1.

Аддитивное наложение (или "атлас") 7-и метрических пространств с метриками (2.8.4) и (2.8.5) приводит к Ричче-плоским

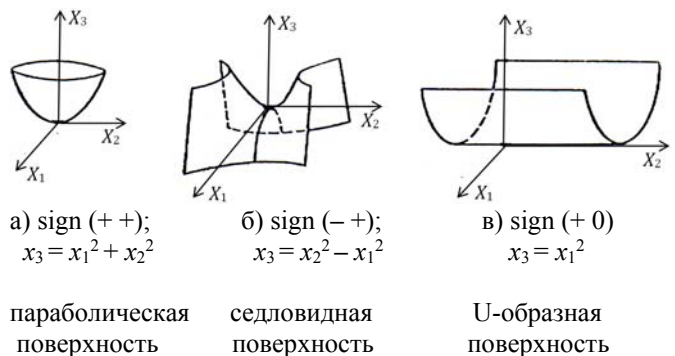


Рис. 2.8.1. Иллюстрация связи сигнатуры 2-мерного пространства с его топологией [29]

пространствам с суммарными метриками (2.8.1) и (2.8.2). Такие 7-листные "атласы" во многом схожи с Риччи-плоским 10 - мерным многообразием Калаби-Яу.

Стабильными могут быть только:

- «выпуклые» вакуумные образования, описываемые метриками с сигнатурой $(+ - - -)$;
- «вогнутые» вакуумные образования, описываемые метриками с сигнатурой $(- + + +)$;
- «плоские» вакуумные образования, описываемые метриками с сигнатурой $(0 0 0 0)$.

Все остальные 14 метрик (2.8.4) и (2.8.5) с сигнатурами из числителей ранжиров (2.8.6)

$$\begin{array}{ll}
 (+ + + +) & (- - - -) \\
 (- - - +) & (+ + + -) \\
 (+ - - +) & (- + + -) \\
 (- - + -) & (+ + - +) \\
 (+ + - -) & (- - + +) \\
 (- + - -) & (+ - + +) \\
 (+ - + -) & (- + - +)
 \end{array} \quad (2.8.17)$$

описывают различные виды «выпукло - вогнутых» состояний вакуумной протяженности, которые не могут быть стабильными, т.к. данные метрики не могут быть решениями вакуумных уравнений. Они могут возникать, как временные сложные искажения локального участка вакуума, но через некоторое время они исчезают, или переходят в другие виды возмущений с другими сигнатурами (или топологиями).

Однако, если аддитивное наложение нескольких метрических протяженностей с сигнатурами (топологиями) (2.8.17) в сумме приводит к в среднем «выпуклому» вакуумному образованию с сигнатурой $(+ - - -)$, или к в среднем «вогнутому» вакуумному образованию с сигнатурой $(- + + +)$, или к в среднем «плоскому» вакуумному образованию с сигнатурой $(0 0 0 0)$, то такое вакуумное образование может оказаться стабильным.

2.9 «Протон» - «антипротон»

К решениям вакуумных уравнений Эйнштейна (2.1.6), (2.2.7) и (2.4.8) приводят не только совокупности метрик (2.8.4) и (2.8.5) но, например, и аддитивные совокупности метрик:

$$s^{(- - - +)^2} = -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0$$

$$s^{(+ + + -)^2} = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0$$

$$s^{(+ - + -)^2} = x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0 \quad (2.9.1)$$

$$s^{(- + - +)^2} = -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0 \quad (2.9.2)$$

$$s^{(+ + - -)^2} = x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0$$

$$s^{(- - + +)^2} = -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$$

$$s^{(+ - - -)^2} = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0$$

$$s^{(- + + +)^2} = -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$$

Всего имеется три подобные возможности для в среднем "выпуклого" вакуумного образования с сигнатурой $(+ - - -)$, которые могут быть представлены в эквивалентном виде:

$$\begin{array}{c} (- - - +) \\ (+ - + -) \\ \underline{(+ + - -)} \\ (+ - - -)_+ \end{array} \quad (2.9.3)$$

$$\begin{array}{c} (- - + -) \\ (+ + - -) \\ \underline{(+ - - +)} \\ (+ - - -)_+ \end{array} \quad (2.9.4)$$

$$\begin{array}{c} (- + - -) \\ (+ - - +) \\ \underline{(+ - + -)} \\ (+ - - -)_+ \end{array} \quad (2.9.5)$$

и три возможности для в среднем "вогнутого" вакуумного образования с сигнатурой $(- + + +)$:

$$\begin{array}{c} (+ + + -) \\ (- + - +) \\ \underline{(- - + +)} \\ (- + + +)_+ \end{array} \quad (2.9.6)$$

$$\begin{array}{c} (+ + - +) \\ (- - + +) \\ \underline{(- + + -)} \\ (- + + +)_+ \end{array} \quad (2.9.7)$$

$$\begin{array}{c} (+ - + +) \\ (- + + -) \\ \underline{(- + - +)} \\ (- + + +)_+ \end{array} \quad (2.9.8)$$

Напомним, что метрики (2.8.1) и (2.8.2) являются частными (предельными) случаями всех остальных метрик (2.2.8) – (2.2.11) и (2.2.13) – (2.2.16), являющихся решениями второго вакуумного уравнения (2.2.7). Поэтому математические приемы Алгебры сигнатур применимы и ко всем данным решениям.

Введем представления о «кварках». Для этого запишем ранжиры (2.9.3) – (2.9.8) в следующем виде:

$$\begin{array}{c} d_k^+ (+ + + -) \\ u_3^- (- + - +) \\ \underline{u_l^- (- - + +)} \\ p_1^+ (- + + +)_+ \end{array} \quad (2.9.9)$$

$$\begin{array}{c} d_3^+ (+ + - +) \\ u_l^- (- - + +) \\ \underline{u_k^- (- + + -)} \\ p_2^+ (- + + +)_+ \end{array} \quad (2.9.10)$$

$$\begin{array}{c} d_l^+ (+ - + +) \\ u_k^- (- + + -) \\ \underline{u_3^- (- + - +)} \\ p_3^+ (- + + +)_+ \end{array} \quad (2.9.11)$$

где p_i^+ – три различных состояния «протона» ($i = 1, 2, 3$).

$$\begin{array}{c} d_k^- (- - - +) \\ u_3^+ (+ - + -) \\ \underline{u_l^+ (+ + - -)} \\ p_1^- (+ - - -)_+ \end{array} \quad (2.9.12)$$

$$\begin{array}{c} d_3^- (- - + -) \\ u_l^+ (+ + - -) \\ \underline{u_k^+ (+ - - +)} \\ p_2^- (+ - - -)_+ \end{array} \quad (2.9.13)$$

$$\begin{array}{c} d_l^- (- + - -) \\ u_k^+ (+ - - +) \\ \underline{u_3^+ (+ - + -)} \\ p_3^- (+ - - -)_+ \end{array} \quad (2.9.14)$$

где p_i^- – три различных состояний «антипротона».

Совокупности десяти метрик вида (2.6.22) с соответствующими сигнатурами из матрицы (2.8.12) будем называть следующим образом:

$$\begin{array}{ll} 10 \text{ метрик}^4 \text{ вида (2.6.22) с сигнатурой } (+ + + -) & \text{– красный } d_k^+ \text{ «кварк»;} \\ 10 \text{ метрик вида (2.6.22) с сигнатурой } (+ + - +) & \text{– зеленый } d_3^+ \text{ «кварк»;} \\ 10 \text{ метрик вида (2.6.22) с сигнатурой } (+ - + +) & \text{– голубой } d_l^+ \text{ «кварк»,} \end{array} \quad (2.9.15)$$

$$\begin{array}{ll} 10 \text{ метрик вида (2.6.22) с сигнатурой } (- - - +) & \text{– красный } d_k^- \text{ «антикварк»;} \\ 10 \text{ метрик вида (2.6.22) с сигнатурой } (- - + -) & \text{– зеленый } d_3^- \text{ «антикварк»;} \\ 10 \text{ метрик вида (2.6.22) с сигнатурой } (- + - -) & \text{– голубой } d_l^- \text{ «антикварк»,} \end{array} \quad (2.9.16)$$

$$\begin{array}{ll} 10 \text{ метрик вида (2.6.22) с сигнатурой } (+ - - +) & \text{– красный } u_k^+ \text{ «кварк»;} \\ 10 \text{ метрик вида (2.6.22) с сигнатурой } (+ - + -) & \text{– зеленый } u_3^+ \text{ «кварк»;} \\ 10 \text{ метрик вида (2.6.22) с сигнатурой } (+ + - -) & \text{– голубой } u_l^+ \text{ «кварк»,} \end{array} \quad (2.9.17)$$

⁴ 10 метрик вида (2.6.22) т.к. шельт (2.6.31) относится, как к «ядру», так и к «внешней оболочке». Таким образом, 5 метрик описывают «ядро», и 5 метрик описывают «внешнюю оболочку», всего 10 метрик.

- 10 метрик вида (2.6.22) с сигнатурой $(- + + -)$ – красный u_{κ}^{-} -«антикварк»;
 10 метрик вида (2.6.22) с сигнатурой $(- + - +)$ – зеленый u_3^{-} -«антикварк»; (2.9.18)
 10 метрик вида (2.6.22) с сигнатурой $(- - + +)$ – голубой u_{Γ}^{-} -«антикварк».

В этом случае три состояния «протона» и три состояния «антипротона» могут быть представлены в виде

$$p_1^+ = u_3^- u_{\Gamma}^- d_{\kappa}^+, \quad p_2^+ = u_{\kappa}^- u_{\Gamma}^- d_3^+, \quad p_3^+ = u_3^- u_{\kappa}^- d_{\Gamma}^+, \quad (2.9.19)$$

$$p_1^- = u_3^- u_{\Gamma}^- d_{\kappa}^+, \quad p_2^- = u_{\kappa}^- u_{\Gamma}^- d_3^+, \quad p_3^- = u_3^- u_{\kappa}^- d_{\Gamma}^+, \quad (2.9.20)$$

схожем с записью и составом протона и антипротона в Стандартной модели и в квантовой хромодинамике. Однако в рамках Алгебры сигнатур «протон» и «антипротон» состоят из «кварков» и «антикварков», что позволяет наметить пути решения проблемы сосуществования «материи» и «антиматерии». Кроме того метрико-динамические модели Алгебры сигнатур получаются значительно более наглядными и информативными чем модели квантовой хромодинамики. Для примера, рассмотрим многослойную метрико-динамическую модель «протона» в состоянии (2.9.9):

$$\begin{aligned} & d_{\kappa}^+ (+ + + -) \\ & u_3^- (- + - +) \\ & u_{\Gamma}^- (- - + +) \\ & p_1^+ (- + + +)_+ \end{aligned}$$

«ПРОТОН»

(2.9.21)

В среднем «вогнутое» многослойное вакуумное образование
с общей (усредненной) сигнатурой

$$(- + + +)$$

состоящее из:

$$d_{\kappa}^+ \text{ - «кварк» } (+ + + -)$$

Внешняя оболочка d_{κ}^+ - «кварка» $(+ + + -)$

(2.9.22)

в интервале $[r_5, r_6]$ (рис. 2.9.1)

$$\begin{aligned} ds_1^{(++++)^2} &= \left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\ ds_2^{(++++)^2} &= \left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\ ds_3^{(++++)^2} &= \left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \end{aligned}$$

$$ds_4^{(++++)2} = \left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

Ядро d_{κ}^+ - «кварка» $(+++ -)$
в интервале $[r_6, r_7]$ (рис. 2.9.1)

(2.9.23)

$$ds_1^{(++++)2} = \left(1 - \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

$$ds_2^{(++++)2} = \left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

$$ds_3^{(++++)2} = \left(1 - \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

$$ds_4^{(++++)2} = \left(1 + \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

Шельт d_{κ}^+ - «кварка» $(+++ -)$
в интервале $[0, \infty]$

(2.9.24)

$$ds_5^{(++++)2} = c^2 dt^2 + dr^2 + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2;$$

u_3^- - «антикварк»
 $(-+-+)$

Внешняя оболочка u_3^- - «антикварка» $(-+-+)$
в интервале $[r_5, r_6]$ (рис. 2.9.1)

(2.9.25)

$$ds_1^{(-+++)2} = -\left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right)} - r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

$$ds_2^{(-+++)2} = -\left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right)} - r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

$$ds_3^{(-+++)2} = -\left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right)} - r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

$$ds_4^{(-+++)2} = -\left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right)} - r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

Ядро u_3^- - «антикварк» $(- + - +)$

(2.9.26)

в интервале $[r_6, r_7]$ (рис. 2.9.1)

$$\begin{aligned}
 ds_1^{(-+++)2} &= -\left(1 - \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} - r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\
 ds_2^{(-+++)2} &= -\left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} - r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\
 ds_3^{(-+++)2} &= -\left(1 - \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} - r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\
 ds_4^{(-+++)2} &= -\left(1 + \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} - r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,
 \end{aligned}$$

Шельт u_3^- - «антикварк» $(- + - +)$

(2.9.27)

в интервале $[0, \infty]$

$$ds_5^{(-+++)2} = -c^2 dt^2 + dr^2 - r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2;$$

u_Γ^- - «антикварк»

$(- - + +)$

Внешняя оболочка u_Γ^- - «антикварк» $(- - + +)$

(2.9.28)

в интервале $[r_5, r_6]$ (рис. 2.9.1)

$$\begin{aligned}
 ds_1^{(----)2} &= -\left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\
 ds_2^{(----)2} &= -\left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\
 ds_3^{(----)2} &= -\left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\
 ds_4^{(----)2} &= -\left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,
 \end{aligned}$$

Ядро u_{Γ}^{-} - «антикварк» $(--++)$

(2.9.29)

в интервале $[r_6, r_7]$ (рис. 2.9.1)

$$ds_1^{(--++)^2} = -\left(1 - \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

$$ds_2^{(--++)^2} = -\left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

$$ds_3^{(--++)^2} = -\left(1 - \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

$$ds_4^{(--++)^2} = -\left(1 + \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

Шельт u_{Γ}^{-} - «антикварк» $(--++)$

(2.9.30)

в интервале $[0, \infty]$

$$ds_5^{(--++)^2} = -c^2 dt^2 - dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2.$$

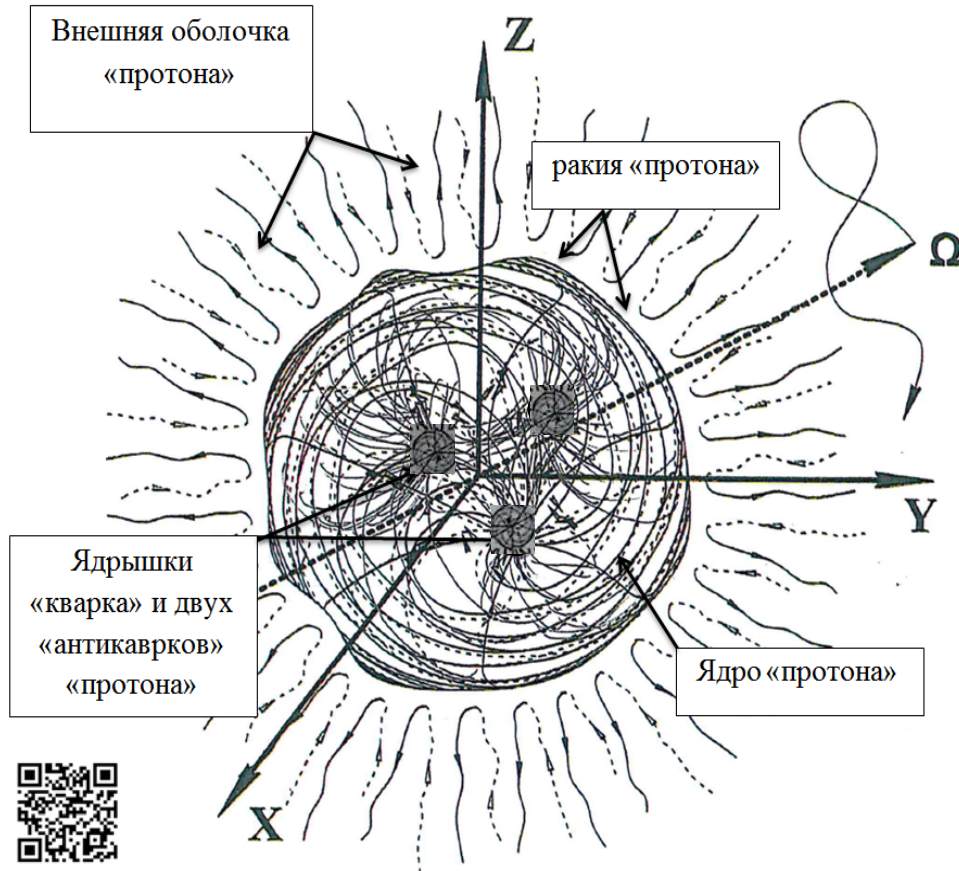


Рис. 2.9.1. Ядро «протона» состоит из 3-х практически совмещенных ядер: ядра одного валентного d_{κ}^{+} -«кварка» и двух валентных u_3^{-} - и u_{Γ}^{-} -«антикварков». Внутренние ядрышки этих 3-х валентных «кварков» находятся в постоянном хаотическом движении и переплетении друг с другом

При усреднении однородных членов в метриках (2.9.22) – (2.9.30) получается совокупность метрик (2.6.32), описывающая метрико-динамическое состояние «позитрона». Однако следует ожидать, что радиус ядра «протона», состоящего из ядер 3-х «кварков», окажется больше радиуса ядра «позитрона», т.к. внутренние ядрышки трех «кварков» сложно взаимодействуя, отталкивают друг друга от общего центра $r = 0$ (рис. 2.9.1).

Проблема конфайнмента «кварка» и двух «антикварков» решается сама собой, т.к. каждый «кварк» или «антикварк» – это нестабильные "выпукло-вогнутые" состояния вакуумной протяженности. По отдельности «кварки» и «антикварки» долго существовать не могут, т.к. описывающие их метрики (2.9.22) или (2.9.23) или (2.9.24) не являются решениями вакуумных уравнений Эйнштейна. Только вместе, они образуют стабильное в среднем «вогнутое» вакуумное образование «протон» (рис. 2.9.1).

Усредненная совокупность метрик (2.9.22) – (2.9.30) является частью решения упрощенного третьего вакуумного уравнения Эйнштейна (2.6.21), как и совокупность метрик (2.6.32).

Центры «кварков» $u_z^- u_r^- d_k^+$ должны так хаотически блуждать относительно общего центра $r = 0$ и относительно друг друга (рис. 2.9.1), что в среднем они должны совпадать с общим центром ядра «протона»: $\langle r_z \rangle = r = 0$, $\langle r_r \rangle = r = 0$, $\langle r_k \rangle = r = 0$. Поэтому мы вынуждены применять не только метрико-динамическое, но и статистическое описание внутриядерных процессов, что будет отчасти рассмотрено в главах 3 и 4.

Совокупность метрик (2.9.22) – (2.9.30) при использовании математических приемов, приведенных в [22] и отчасти в §§ 2.1 – 2.3 данной главы, позволяет извлечь информацию о множестве процессов и под-процессов, происходящих как внутри ядра «протона», так в его "внешней оболочке".

2.10 «Нейтрон»

В современной ядерной физике считается, что нейтрон состоит из двух d -кварков с зарядом $(-1/3)e$ и одного u -кварка с зарядом $(2/3)e$ (где e – заряд электрона)

$$n = ddu. \quad (2.10.1)$$

В результате такого сочетания нейтрон оказывается электрически нейтральной частицей с нулевым суммарным зарядом $(-1/3)e + (-1/3)e + (2/3)e = 0$.

В Алгебре сигнатур 3-«кварковой» частицы с нулевым «электрическим» окружением **не получается!** Поскольку нет ни одной аддитивной комбинации трех из 16-и сигнатур (2.8.12), приводящих к нулевой сигнатуре (0 0 0 0), означающей фактически, что все субконт - антисуб-

контные внутри-вакуумные токи во внешней оболочке такой «частицы» полностью взаимно скомпенсированы.

Желаемый результат достигается в случае ранжиров, состоящих из четырех сигнатур. Поэтому "электрически" нейтральная «частица» («нейтрон») может иметь следующие топологические (узловые) конфигурации:

$$\begin{array}{cccc}
 i_6^- (- - - -) & i_6^- (- - - -) & i_6^- (- - - -) & i_6^- (- - - -) \\
 d_7^+ (+ - + +) & d_3^+ (+ + - +) & d_7^+ (+ - + +) & u_3^- (- + - +) \\
 u_6^- (- + + -) & d_6^+ (+ + + -) & u_3^- (- + - +) & d_7^+ (+ - + +) \\
 d_3^+ (+ + - +) & u_7^- (- - + +) & d_6^+ (+ + + -) & d_6^+ (+ + + -) \\
 n_1^0 (0 0 0 0)_+ & n_2^0 (0 0 0 0)_+ & n_3^0 (0 0 0 0)_+ & n_4^0 (0 0 0 0)_+ \\
 \\
 i_6^+ (+ + + +) & i_6^+ (+ + + +) & i_6^+ (+ + + +) & i_6^+ (+ + + +) \\
 d_7^- (- + - -) & d_3^- (- - + -) & d_7^- (- + - -) & u_3^+ (+ - + -) \\
 u_6^+ (+ - - +) & d_6^- (- - - +) & u_3^+ (+ - + -) & d_7^- (- + - -) \\
 d_3^- (- - + -) & u_7^+ (+ + - -) & d_6^- (- - - +) & d_6^- (- - - +) \\
 n_5^0 (0 0 0 0)_+ & n_6^0 (0 0 0 0)_+ & n_7^0 (0 0 0 0)_+ & n_8^0 (0 0 0 0)_+
 \end{array}
 \tag{2.10.2}$$

где

(2.10.3)

10 метрик вида (2.6.22) с сигнатурой $(+ + + +)$ – белый i_6^+ - «кварк»;

10 метрик вида (2.6.22) с сигнатурой $(- - - -)$ – белый i_6^- - «антикварк».

(i от слова *invisible* – невидимый). Белыми данные «кварки» названы потому, что они практически невидны внутри ядра «нейтрона», т.к. с точки зрения топологии, они представляют собой точку (2.8.13) и антиточку (2.8.14). Видимо, поэтому их присутствие в ядре «нейтрона» не было обнаружено экспериментально, и не учитывалось Стандартной моделью.

Таким образом, в рамках Алгебры сигнатур восемь возможных состояний «нейтрона» могут быть представлены в виде:

$$n_1^0 = i_6^- d_7^+ d_3^+ u_6^-, \quad n_2^0 = i_6^- d_6^+ d_3^+ u_7^-, \quad n_3^0 = i_6^- d_6^+ d_7^+ u_3^-, \quad n_4^0 = i_6^- d_6^+ d_7^+ u_3^-, \tag{2.10.4}$$

$$n_5^0 = i_6^+ d_7^- d_3^- u_6^+, \quad n_6^0 = i_6^+ d_3^- d_6^- u_7^+, \quad n_7^0 = i_6^+ d_7^- d_6^- u_3^+, \quad n_8^0 = i_6^+ d_7^- d_6^- u_3^+$$

практически аналогичном нейтрону Стандартной модели (2.10.1).

Из-за сложнейших внутриядерных топологических метаморфоз любая аддитивная 4 - «кварковая» комбинация (2.10.2) может перестроиться так, что внутри данного вакуумного образования получится комбинация, состоящая из «протона» и «электрона»:

(2.10.5)

$$\begin{array}{c}
 (- - - -) \\
 (+ - + +) \\
 (- + + -) \\
 \hline
 (+ + - +) \\
 (0 \ 0 \ 0 \ 0)_+
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{c}
 (+ - + +) \\
 (- + + -) \\
 (- + - +) \\
 \hline
 (+ - - -) \\
 (0 \ 0 \ 0 \ 0)_+
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \swarrow \searrow \\
 \swarrow \searrow \\
 \leftarrow
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \boxed{\text{«протон»}} \\
 \boxed{\text{«электрон»}}
 \end{array}$$

По всей видимости, данное перестроение ("развязывание") топологического узла внутри ядра «нейтрона» и приводит к реакции распада

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \nu_e, \quad (2.10.6)$$

где ν_e – электронное «нейтрино».

2.11. «Атом» водорода

По сравнению с «нейтроном» значительно более стабильным нейтральным вакуумным образованием является «атом» водорода.

Атом водорода (точнее дейтерий) состоит из одного протона, одного нейтрона и одного электрона. В рамках Алгебры сигнатур также получается, что «атом» дейтерия состоит из «протона», «нейтрона» и «электрона». Ранжирный (топологический) эквивалент узловой конфигурации такой области вакуумной протяженности имеет следующий вид:

$$\begin{array}{l}
 \text{«протон»} \\
 + \\
 \text{«нейтрон»} \\
 + \\
 \text{«электрон»} \\
 =
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 (+ \ + \ + \ -) \\
 (- \ + \ - \ +) \\
 (- \ - \ + \ +) \\
 (- \ - \ - \ -) \\
 (+ \ - \ + \ +) \\
 (- \ + \ + \ -) \\
 (+ \ + \ - \ +) \\
 \hline
 (+ \ - \ - \ -)
 \end{array} \right.
 \begin{array}{c}
 \text{или} \\
 {}^1H(0 \ 0 \ 0 \ 0)_+
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left\{ \begin{array}{l}
 (+ \ + \ - \ +) \\
 (- \ - \ + \ +) \\
 (- \ + \ + \ -) \\
 (+ \ + \ + \ +) \\
 (+ \ - \ + \ -) \\
 (- \ + \ - \ -) \\
 (- \ - \ - \ +) \\
 \hline
 (+ \ - \ - \ -)
 \end{array} \right.
 \begin{array}{c}
 \text{или} \dots \\
 {}^1H(0 \ 0 \ 0 \ 0)_+
 \end{array}
 \end{array} \quad (2.11.1)$$

Напомним, что каждая сигнатура в этих ранжирах соответствует 10-и метрикам вида (2.6.22).

Можно составить множество комбинаций сигнатур, подобных (2.11.1), что отражает возможности «цветной» комбинаторики внутриядерных метаморфоз. Но топологическая конфигурация данного «узла» всегда остается прежней: три u -«кварка», три d -«кварка», один i -«кварк» и один e - «кварк». Условимся обозначать такой топологический «узел» следующим образом:

$${}^1H = 3u3die, \quad (2.11.2)$$

учитывая топологические свойства метрик с соответствующими сигнатурами (2.8.13) – (2.8.16), обнаруживаем, что данный "узел" состоит из 3-х переплетенных "торов", 4-х овальных поверхностей и одной "точки".

Аналогичным образом могут быть "сконструированы" ("сплетены") все известные химические элементы таблицы Д.И. Менделеева. При этом усредненные размеры ядер «атомов» $r_{\text{я}}$ должны зависеть от количества кварков A , образующих данные «топологические узлы»

$$r_{\text{я}} \approx \frac{1}{2} A^{1/3} r_6 \approx \frac{1}{2} A^{1/3} \cdot 10^{-13} \text{ см.} \quad (2.11.3)$$

Не исключено, что данный дискретный размерный ряд радиусов различных стабильных вакуумных образований соответствует числам Фибоначчи и/или числам Люка. В этом случае может оказаться целесообразным применять вакуумное уравнение (2.7.8) при $r_k = r_6$.

2.12. «Фермионы» в Алгебре сигнатур

Имея набор из 16-и цветных «кварков» (2.9.15) – (2.9.18) и (2.10.3) (сведенных в табл. 2.12.1) и понимая их топологические особенности, можно построить ("сплести") все фермионы (мезоны и барионы), входящие в состав Стандартной модели.

Таблица 2.12.1

«Кварки»			«Антикварки»		
	10 метрик вида (2.6.22) или (2.12.1) с сигнатурой:	«кварк»	10 метрик вида (2.6.22) или (2.12.1) с сигнатурой:	«антикварк»	
I	(+ – – –)	e^+ -«кварк» («электрон»)	(– + + +)	e^- -«антикварк» («позитрон»)	H
H	(+ + + –)	d_k^+ -«кварк»	(– – – +)	d_k^- -«антикварк»	I
	(+ + – +)	d_3^+ -«кварк»	(– – + –)	d_3^- -«антикварк»	
	(+ – + +)	d_r^+ -«кварк»	(– + – –)	d_r^- -«антикварк»	
V	(+ – – +)	u_k^+ -«кварк»	(– + + –)	u_k^- -«антикварк»	H'
	(+ – + –)	u_3^+ -«кварк»	(– + – +)	u_3^- -«антикварк»	
	(+ + – –)	u_r^+ -«кварк»	(– – + +)	u_r^- -«антикварк»	
H'	(+ + + +)	i_6^+ -«кварк» («невидимка»)	(– – – –)	i_6^- -«антикварк» («антиневидимка»)	V

где, например,

$$\mathbf{u}_K^- \text{ - «антикварк»} \quad (2.12.1)$$

$$(- + + -)$$

состоит из:

$$\text{Внешняя оболочка } \mathbf{u}_K^- \text{ - «антикварк» } (- + + -) \quad (2.12.2)$$

в интервале $[r_5, r_6]$ (рис. 2.9.1)

$$\begin{aligned} ds_1^{(---)2} &= -\left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\ ds_2^{(---)2} &= -\left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\ ds_3^{(---)2} &= -\left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\ ds_4^{(---)2} &= -\left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_5^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2. \end{aligned}$$

$$\text{Ядро } \mathbf{u}_K^- \text{ - «антикварк» } (- + + -) \quad (2.12.3)$$

в интервале $[r_6, r_7]$ (Рис. 2.9.1)

$$\begin{aligned} ds_1^{(---)2} &= -\left(1 - \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\ ds_2^{(---)2} &= -\left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\ ds_3^{(---)2} &= -\left(1 - \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_7}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \\ ds_4^{(---)2} &= -\left(1 + \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_7}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} + r^2 d\theta^2 - \sin^2 \theta d\varphi^2, \end{aligned}$$

$$\text{Шельт } \mathbf{u}_K^- \text{ - «антикварк» } (- + + -) \quad (2.12.4)$$

в интервале $[0, \infty]$

$$ds_5^{(---)2} = -c^2 dt^2 + dr^2 + r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2.$$

В квантовой хромодинамике мезоны состояются из кварка и антикварка, и задаются формулой

$$M = q^- q^+ = q_\alpha^- q_\alpha^+ = \frac{1}{\sqrt{3}} (q_r^- q_r^+ + q_k^- q_k^+ + q_s^- q_s^+), \quad (2.12.5)$$

где q_α^- – цветной триплет кварка ($\alpha = r, k, s$); q_α^+ – цветной триплет антикварка.

Барионы состоят из 3-х кварков, и задаются формулой

$$B = \frac{1}{\sqrt{6}} q_\alpha q_\beta q_\gamma \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}, \quad (2.12.6)$$

где $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ – полностью антисимметричный тензор.

Практически точно также составляются «мезоны» и «барионы» в рамках Алгебры сигнатур. Рассмотрим конкретный пример: три разновидности π -мезонов в теории сильных взаимодействий имеют следующую кварковую структуру:

$$\pi^+ = u^- d^+, \quad \pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (u^- u^+ - d^+ d^-), \quad \pi^- = u^+ d^-. \quad (2.12.7)$$

В Алгебре сигнатур, например, мезон $\pi^+ = u^- d^+$ представляется в виде

$$\begin{array}{ccc} d_k^+ (+ + + -) & d_r^+ (+ + - +) & d_r^+ (+ - + +) \\ \underline{u_s^- (- + - +)} & \underline{u_r^- (- - + +)} & \underline{u_k^- (- + + -)} \\ \pi_l^+ (0 \ 2 + \ 0 \ 0)_+ & \pi_2^+ (0 \ 0 \ 0 \ 2)_+ & \pi_3^+ (0 \ 0 \ 2 + \ 0)_+ \end{array} \quad (2.12.8)$$

где каждой сигнатуре соответствует совокупность 10-и метрик типа (2.12.1).

Уже из самих этих ранжиров видно, что такие выпукло-вогнутые вакуумные образования не могут быть стабильными. Они могут сложиться в данную топологическую конфигурацию, но через мгновение они исчезают (расплываются) или переставляются в другой вид узлового переплетения внутри-вакуумных токов и искривления вакуумной протяженности.

В свою очередь кварковая конструкция

$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (u^- u^+ - d^+ d^-) \quad (2.12.9)$$

может иметь следующие сигнатурные (топологические) аналоги:

$$\begin{array}{ccc} u_k^+ (+ - - +) & u_s^+ (+ - + -) & u_r^+ (+ + - -) \\ \underline{u_s^- (- + - +)}_+ & \underline{u_r^- (- - + +)}_+ & \underline{u_k^- (- + + -)}_+ \\ - & - & - \\ d_k^+ (+ + + -) & d_r^+ (+ + - +) & d_r^+ (+ - + +) \\ \underline{d_s^- (- - + -)}_+ & \underline{d_r^- (- + - -)}_+ & \underline{d_k^- (- - - +)}_+ \\ \pi_l^0 (0 \ 0 \ 0 \ 0) & \pi_2^0 (0 \ 0 \ 0 \ 0) & \pi_3^0 (0 \ 0 \ 0 \ 0) \end{array} \quad (2.12.10)$$

Точно так же в рамках Алгебры сигнатур могут быть "сплетены" все известные мезоны и барионы Стандартной модели.

Алгебра сигнатур отличается от Стандартной модели, только наличием в ней дополнительных «невидимок»: i_6^+ – «кварка» и i_6^- – «антикварка».

2.13 «Бозоны» в Алгебре сигнатур

Локальный участок неискривленной внешней стороны вакуумной протяженности описывается метрикой (2.8.1)

$$ds^{(-)2} = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = \eta_{ij}^{(-)} dx^i dx^j \text{ с сигнатурой } (+ - - -), \quad (2.13.1)$$

где

$$\eta_{ij}^{(-)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.13.2)$$

а тот же участок внутренней стороны вакуумной протяженности описывается метрикой (2.8.2)

$$ds^{(+2)} = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = \eta_{ij}^{(+)} dx^i dx^j \text{ с сигнатурой } (- + + +) \quad (2.13.3)$$

где

$$\eta_{ij}^{(+)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В рамках Алгебры сигнатур слабое возмущение такой двухсторонней вакуумной протяженности задается 2-жгутом (усредненной метрикой)

$$\frac{1}{2}(ds^{(-)2} + ds^{(+2)}) = \frac{1}{2}(\eta_{ij}^{(-)} + h_{ij}^{(-)} + \eta_{ij}^{(+)} - h_{ij}^{(+)}) dx^i dx^j = \frac{1}{2}(h_{ij}^{(-)} - h_{ij}^{(+)}) dx^i dx^j, \quad (2.13.4)$$

где $h_{ij}^{(-)}$ и $h_{ij}^{(+)}$ – взаимосвязанные компоненты тензоров, задающих слабое отклонение двухсторонней вакуумной протяженности от исходного неискривленного состояния.

При определенном выборе системы отсчета, т. е. при калибровке, аналогичной лоренцевой калибровке в электродинамике [34], на $h_{ij}^{(-)}$ и $h_{ij}^{(+)}$ налагаются дополнительные условия, при которых первое вакуумное уравнение Эйнштейна (2.1.6) сводится к волновому уравнению

$$R_{ij} \approx \left(\nabla - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{1}{2} (h_{ij}^{(-)} - h_{ij}^{(+)}) = 0. \quad (2.13.5)$$

В малой области вакуума волновое возмущение можно считать плоской волной. Если в качестве оси x выбрать направление распространения волны, то подходящим выбором системы отсчета можно обратить в нуль все компоненты $h_{ij}^{(-)}$ и $h_{ij}^{(+)}$, кроме компонент

$$\begin{aligned} h_{22}^{(-)} = -h_{33}^{(-)} \equiv h_+^{(-)} \quad \text{и} \quad h_{32}^{(-)} = h_{23}^{(-)} \equiv h_x^{(-)}, \\ h_{22}^{(+)} = -h_{33}^{(+)} \equiv h_+^{(+)} \quad \text{и} \quad h_{32}^{(+)} = h_{23}^{(+)} \equiv h_x^{(+)}. \end{aligned} \quad (2.13.6)$$

Такое волновое возмущение является квадрупольной поперечной волной. Поляризация этой волны в плоскости yz определяется следующими тензорами второго ранга:

$$h_{ab}^{(-)} = \begin{pmatrix} h_+^{(-)} & h_x^{(-)} \\ h_x^{(-)} & -h_+^{(-)} \end{pmatrix} = 0, \quad h_{ab}^{(+)} = \begin{pmatrix} h_+^{(+)} & h_x^{(+)} \\ h_x^{(+)} & -h_+^{(+)} \end{pmatrix} = 0, \quad a, b = 2, 3. \quad (2.13.7)$$

Компоненты $h_+^{(-)}$ и $h_x^{(-)}$, $h_+^{(+)}$ и $h_x^{(+)}$, по отдельности, описывают по две независимые поляризации квадрупольного плоского волнового возмущения, которые отличаются друг от друга поворотом на угол $\pi/4$.

Усредненный тензор второго ранга

$$h_{ab}^{(\pm)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h_+^{(-)} - h_+^{(+)} & h_x^{(-)} - h_x^{(+)} \\ h_x^{(-)} - h_x^{(+)} & -h_+^{(-)} + h_+^{(+)} \end{pmatrix} = 0, \quad (2.13.8)$$

при определённых фазовых соотношениях может описывать не только квадрупольные, но и дипольные: линейные, эллиптические и круговые поляризации волновых возмущений двусторонней вакуумной протяженности.

Таким образом, первое вакуумное уравнение Эйнштейна (2.1.6) при малых возмущениях метрики линеаризуется, т.е. становится волновым (2.13.5), и допускает распространение различных типов волновых возмущений по двухсторонней вакуумной протяженности.

Проблему распространения волновых возмущений по вакуумной протяженности можно рассмотреть по-другому. Изначально метрика (2.13.1)

$$ds^{(-)2} = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0 \quad \text{с сигнатурой } (+ - - -); \quad (2.13.9)$$

определяет не только метрико-динамические свойства плоской внешней стороны вакуумной протяженности, но и распространение луча света в вакууме со скоростью c в прямом направлении $cdt = (dx^2 + dy^2 + dz^2)^{1/2}$.

При этом метрика (2.13.3)

$$ds^{(+)2} = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = 0 \quad \text{с сигнатурой } (- + + +). \quad (2.13.10)$$

определяет не только метрико-динамические свойства плоской внутренней стороны вакуумной протяженности, но и распространение луча света в вакууме со скоростью c в обратном направлении $-cdt = -(dx^2 + dy^2 + dz^2)^{1/2}$.

Напомним, что квадратичные формы (2.13.9) и (2.13.10) можно представить в виде произведения линейных (аффинных) форм (2.1.37) и (2.1.38)

$$ds^{(-)2} = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c dt' c dt'' - dx' dx'' - dy' dy'' - dz' dz'', \quad (2.13.11)$$

$$ds^{(+)2} = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = -c dt' c dt'' + dx' dx'' + dy' dy'' + dz' dz'', \quad (2.13.12)$$

где, согласно (2.1.39) – (2.1.42):

$$ds^{(-)'} = cdt' - dx' - dy' - dz' \quad - \text{"личина" внешней стороны вакуума}; \quad (2.13.13)$$

$$ds^{(-)''} = cdt'' - dx'' - dy'' - dz'' \quad - \text{"изнанка" внешней стороны вакуума}; \quad (2.13.14)$$

$$ds^{(+)' } = -cdt' + dx' + dy' + dz' \quad - \text{"личина" внутренней стороны вакуума}; \quad (2.13.15)$$

$$ds^{(+)' '} = -cdt'' + dx'' + dy'' + dz'' \quad - \text{"изнанка" внутренней стороны вакуума}. \quad (2.13.16)$$

Поскольку элементы длины (2.13.13) – (2.13.16) взаимно перпендикулярны по отношению друг к другу $ds^{(-)'} \perp ds^{(-)''} \perp ds^{(+)' } \perp ds^{(+)' '}$, то эффективней сразу перейти на язык кватернионов.

В том случае вместо линейной формы (2.13.13) будем использовать кватернион

$$z = -x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3, \quad \text{stign } \{++++\} \quad (2.13.17)$$

а вместо (2.13.15) – комплексно сопряженный ему кватернион

$$z^* = x_0 - ix_1 - jx_2 - kx_3, \quad \text{stign } \{+---\} \quad (2.13.18)$$

В общем случае Алгебра сигнатур допускает существование 16-и типов «цветных» кватернионов со всеми возможными стигматурами⁵:

$z_1 = x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3$	$\{++++\}$	$\{-----\}$	$z_9 = -x_0 - ix_1 - jx_2 - kx_3$
$z_2 = -x_0 - ix_1 - jx_2 + kx_3$	$\{----+\}$	$\{++++-\}$	$z_{10} = x_0 + ix_1 + jx_2 - kx_3$
$z_3 = x_0 - ix_1 - jx_2 + kx_3$	$\{+-++\}$	$\{-++-\}$	$z_{11} = -x_0 + ix_1 + jx_2 - kx_3$
$z_4 = -x_0 - ix_1 + jx_2 - kx_3$	$\{+--+ \}$	$\{++-+ \}$	$z_{12} = x_0 + ix_1 - jx_2 + kx_3$
$z_5 = x_0 + ix_1 - jx_2 - kx_3$	$\{++- -\}$	$\{- - + +\}$	$z_{13} = -x_0 - ix_1 + jx_2 + kx_3$
$z_6 = -x_0 + ix_1 - jx_2 - kx_3$	$\{-+ - -\}$	$\{+ - + +\}$	$z_{14} = x_0 - ix_1 + jx_2 + kx_3$
$z_7 = x_0 - ix_1 + jx_2 - kx_3$	$\{+ - + -\}$	$\{- + - +\}$	$z_{15} = -x_0 + ix_1 - jx_2 + kx_3$
$z_8 = -x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3$	$\{-+ ++ \}$	$\{+ - - -\}$	$z_{16} = x_0 - ix_1 - jx_2 - kx_3$

(2.13.19)

⁵ В рамках Алгебры сигнатур набор знаков линейной (аффинной) формы или «цветного» кватерниона называется «стигматурой», в отличие от «сигнатуры», являющейся характеристикой квадратичной (метрической) формы.

Прямým вычислением легко убедиться, что сумма всех 16 типов «цветных» кватернионов (2.13.19) равна нулю

$$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6 + z_7 + z_8 + z_9 + z_{10} + z_{11} + z_{12} + z_{13} + z_{14} + z_{15} + z_{16} = 0, \quad (2.13.20)$$

т. е. удовлетворяет вакуумному условию.

Эквивалентная стигматурная запись выражения (2.13.20) имеет вид:

$$\begin{aligned} & \{++++\} + \{---+\} + \{+-+\} + \{++--\} + \\ & + \{+-+ -\} + \{-+--\} + \{+--+ -\} + \{-+++\} + \\ & + \{----\} + \{+++ -\} + \{-++ -\} + \{++-+\} + \\ & + \{-+ +\} + \{+-++\} + \{-+-+\} + \{+---\} = \{0000\}. \end{aligned} \quad (2.13.21)$$

Стигматуры образуют группу, аналогичную группе сигнатур и антисимметричную матрицу

$$\text{stign} = \begin{pmatrix} \{++++\} & \{+++-\} & \{-++-\} & \{+-+ -\} \\ \{----\} & \{-+++ \} & \{--++\} & \{-+-+ \} \\ \{+--+\} & \{++--\} & \{+---\} & \{+-++\} \\ \{-++-\} & \{+-+-\} & \{-+--\} & \{----\} \end{pmatrix} \quad (2.13.22)$$

Более подробный анализ совокупности 16-и стигматур и "цветных" кватернионов приведен в главе 1.

2.13.1 «Фотон» и «антифотон»

Поскольку, например, линейные формы (2.13.13) и (2.13.14) взаимно перпендикулярны по отношению друг к другу, то гармоническое возмущение, распространяющееся по общей метрической протяжённости (т.е. по внешней стороне вакуума) можно представить в виде:

$$\cos\{(2\pi/\lambda)(ct-x-y-z)\} + i \sin\{(2\pi/\lambda)(ct-x-y-z)\} = \exp\{i(2\pi/\lambda)(ct-x-y-z)\} = \exp\{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})\}. \quad (2.13.23)$$

Будем называть такое гармоническое возмущение метрической протяженности «фотон» со стигматурой $\{+---\}$.

Аналогично, для взаимно перпендикулярных линейных форм (2.13.15) и (2.13.16) имеем гармоническое возмущение внутренней стороны вакуумной протяженности:

$$\cos\{(2\pi/\lambda)(-ct+x+y+z)\} + i \sin\{(2\pi/\lambda)(-ct+x+y+z)\} = \exp\{i(2\pi/\lambda)(-ct+x+y+z)\} = \exp\{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})\}. \quad (2.13.24)$$

которое назовем «антифотоном» с стигматурой $\{-+++ \}$, т.к. он распространяется в противоположном направлении по отношению к «фотону».

2.13.2 « W^\pm - бозоны»

Аналогичные построения показывают, что шести стигматурным ранжирам:

$$\begin{array}{ccc}
 \{- - - +\} & \{- - + -\} & \{- + - -\} \\
 \{+ - + -\} & \{+ + - -\} & \{+ - - +\} \\
 \{+ + - -\} & \{+ - - +\} & \{+ - + -\} \\
 \{+ - - -\}_+ & \{+ - - -\}_+ & \{+ - - -\}_+ \\
 \\
 \{+ + + -\} & \{+ + - +\} & \{+ - + +\} \\
 \{- + - +\} & \{- - + +\} & \{- + + -\} \\
 \{- - + +\} & \{- + + -\} & \{- + - +\} \\
 \{- + + +\}_+ & \{- + + +\}_+ & \{- + + +\}_+
 \end{array}$$

(2.13.25)

соответствуют три цветных состояния « W^+ - бозона»

$$\begin{array}{ccc}
 \exp \{i 2\pi/\lambda (-ct - x - y + z)\} \times & \{- - - +\} \\
 \times \exp \{j 2\pi/\lambda (-ct - x + y - z)\} \times & \{+ - + -\} \\
 \times \exp \{k 2\pi/\lambda (-ct + x - y - z)\} & \{+ + - -\} \\
 & \{+ - - -\}_+ \\
 \\
 \exp \{i 2\pi/\lambda (-ct - x + y - z)\} \times & \{- - + -\} \\
 \times \exp \{j 2\pi/\lambda (-ct + x - y - z)\} \times & \{+ + - -\} \\
 \times \exp \{k 2\pi/\lambda (-ct - x - y + z)\} & \{+ - - +\} \\
 & \{+ - - -\}_+ \\
 \\
 \exp \{i 2\pi/\lambda (-ct + x - y - z)\} \times & \{- + - -\} \\
 \times \exp \{j 2\pi/\lambda (-ct - x - y + z)\} \times & \{+ - - +\} \\
 \times \exp \{k 2\pi/\lambda (-ct - x + y - z)\} & \{+ - + -\} \\
 & \{+ - - -\}_+
 \end{array}$$

(2.13.26)

и три цветных состояния « W^- - бозона»

$$\begin{array}{ccc}
 \exp \{i 2\pi/\lambda (-ct + x + y - z)\} \times & \{+ + + -\} \\
 \times \exp \{j 2\pi/\lambda (-ct + x - y + z)\} \times & \{- + - +\} \\
 \times \exp \{k 2\pi/\lambda (-ct - x + y + z)\} & \{- - + +\} \\
 & \{- + + +\}_+ \\
 \\
 \exp \{i 2\pi/\lambda (-ct + x - y + z)\} \times & \{+ + - +\} \\
 \times \exp \{j 2\pi/\lambda (-ct - x + y + z)\} \times & \{- - + +\} \\
 \times \exp \{k 2\pi/\lambda (-ct + x + y - z)\} & \{- + + -\} \\
 & \{- + + +\}_+ \\
 \\
 \exp \{i 2\pi/\lambda (-ct - x + y + z)\} \times & \{+ - + +\} \\
 \times \exp \{j 2\pi/\lambda (-ct + x + y - z)\} \times & \{- + + -\} \\
 \times \exp \{k 2\pi/\lambda (-ct + x - y + z)\} & \{- - + +\} \\
 & \{- + + +\}_+,
 \end{array}$$

(2.13.27)

где i, j, k – мнимые единицы, образуют антикоммутиративную алгебру:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \quad \text{и} \quad ij + ji = 0. \quad (2.13.28)$$

2.13.3 « Z^0 - бозоны»

Шести стигматурным ранжирам

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \{- - - -\} \\ \{+ - + +\} \\ \{- + + -\} \\ \{+ + - +\} \\ \hline \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}_+ \end{array} &
 \begin{array}{c} \{- - - -\} \\ \{+ + - +\} \\ \{+ + + -\} \\ \{- - + +\} \\ \hline \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}_+ \end{array} &
 \begin{array}{c} \{- - - -\} \\ \{+ - + +\} \\ \{- + - +\} \\ \{+ + + -\} \\ \hline \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}_+ \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{c} \{+ + + +\} \\ \{- + - -\} \\ \{+ - - +\} \\ \{- - + -\} \\ \hline \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}_+ \end{array} &
 \begin{array}{c} \{+ + + +\} \\ \{- - + -\} \\ \{- - - +\} \\ \{+ + - -\} \\ \hline \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}_+ \end{array} &
 \begin{array}{c} \{+ + + +\} \\ \{- + - -\} \\ \{+ - + -\} \\ \{- - - +\} \\ \hline \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}_+ \end{array}
 \end{array}$$

(2.13.29)

соответствуют шесть цветных состояний « Z^0 - бозона»

$$\begin{array}{ll}
 \exp \{ 2\pi/\lambda (-ct - x - y - z) \} \times & \begin{array}{c} \{- - - -\} \\ \{+ - + +\} \\ \{- + + -\} \\ \{+ + - +\} \\ \hline \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}_+ \end{array} \\
 \times \exp \{ i 2\pi/\lambda (-ct - x + y + z) \} \times & \\
 \times \exp \{ j 2\pi/\lambda (-ct + x + y - z) \} \times & \\
 \times \exp \{ k 2\pi/\lambda (-ct + x - y + z) \} & \\
 \\
 \exp \{ 2\pi/\lambda (-ct - x - y - z) \} \times & \begin{array}{c} \{- - - -\} \\ \{+ + - +\} \\ \{+ + + -\} \\ \{- - + +\} \\ \hline \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}_+ \end{array} \\
 \times \exp \{ i 2\pi/\lambda (-ct + x - y + z) \} \times & \\
 \times \exp \{ j 2\pi/\lambda (-ct + x + y - z) \} \times & \\
 \times \exp \{ k 2\pi/\lambda (-ct - x + y + z) \} & \\
 \\
 \exp \{ 2\pi/\lambda (-ct - x - y - z) \} \times & \begin{array}{c} \{- - - -\} \\ \{+ - + +\} \\ \{- + - +\} \\ \{+ + + -\} \\ \hline \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}_+ \end{array} \\
 \times \exp \{ i 2\pi/\lambda (-ct - x + y + z) \} \times & \\
 \times \exp \{ j 2\pi/\lambda (-ct + x - y + z) \} \times & \\
 \times \exp \{ k 2\pi/\lambda (-ct + x + y - z) \} & \\
 \\
 \exp \{ 2\pi/\lambda (-ct + x + y + z) \} \times & \begin{array}{c} \{+ + + +\} \\ \{- + - -\} \\ \{+ - - +\} \\ \{- - + -\} \\ \hline \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}_+ \end{array} \\
 \times \exp \{ i 2\pi/\lambda (-ct + x - y - z) \} \times & \\
 \times \exp \{ j 2\pi/\lambda (-ct - x - y + z) \} \times & \\
 \times \exp \{ k 2\pi/\lambda (-ct - x + y - z) \} & \\
 \\
 \exp \{ 2\pi/\lambda (-ct + x + y + z) \} \times & \begin{array}{c} \{+ + + +\} \\ \{- - + -\} \\ \{- - - +\} \\ \{+ + - -\} \\ \hline \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}_+ \end{array} \\
 \times \exp \{ i 2\pi/\lambda (-ct - x + y - z) \} \times & \\
 \times \exp \{ j 2\pi/\lambda (-ct - x - y + z) \} \times & \\
 \times \exp \{ k 2\pi/\lambda (-ct + x - y - z) \} & \\
 \\
 \exp \{ 2\pi/\lambda (-ct + x + y + z) \} \times & \begin{array}{c} \{+ + + +\} \\ \{- + - -\} \\ \{+ - + -\} \\ \{- - - +\} \\ \hline \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}_+ \end{array} \\
 \times \exp \{ i 2\pi/\lambda (-ct + x - y - z) \} \times & \\
 \times \exp \{ j 2\pi/\lambda (-ct - x + y - z) \} \times & \\
 \times \exp \{ k 2\pi/\lambda (-ct - x - y + z) \} &
 \end{array}$$

(2.13.30)



2.13.4 «Гравитон» (или «ландшафтон»)

В Алгебре сигнатур присутствует еще один «бозон», который называется «гравитон» (или «ландшафтон») (2.13.31)

$$\begin{aligned}
 & \exp \{ \zeta_1 2\pi/\lambda (ct + x + y + z) \} & \{ + & + & + & + \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_3 2\pi/\lambda (ct - x - y + z) \} \times & \{ - & - & - & + \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_4 2\pi/\lambda (-ct - x + y - z) \} \times & \{ + & - & - & + \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_5 2\pi/\lambda (ct + x - y - z) \} \times & \{ - & - & + & - \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_6 2\pi/\lambda (-ct + x - y - z) \} \times & \{ + & + & - & - \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_7 2\pi/\lambda (ct - x + y - z) \} \times & \{ - & + & - & - \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_8 2\pi/\lambda (-ct + x + y + z) \} \times & \{ + & - & + & - \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_1 2\pi/\lambda (-ct - x - y - z) \} \times & \{ - & + & + & + \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_2 2\pi/\lambda (ct + x + y - z) \} \times & \{ - & - & - & - \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_3 2\pi/\lambda (-ct + x + y - z) \} \times & \{ + & + & + & - \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_4 2\pi/\lambda (ct + x - y + z) \} \times & \{ - & + & + & - \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_5 2\pi/\lambda (-ct - x + y + z) \} \times & \{ + & + & - & + \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_6 2\pi/\lambda (ct - x + y + z) \} \times & \{ - & - & + & + \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_7 2\pi/\lambda (-ct + x - y + z) \} \times & \{ + & - & + & + \} \\
 & \times \exp \{ \zeta_8 2\pi/\lambda (ct - x - y - z) \} & \{ - & + & - & + \} \\
 & & \{ + & - & - & - \} \\
 & & \hline
 & & \{ 0 & 0 & 0 & 0 \}_+
 \end{aligned}$$

где объекты ζ_m удовлетворяют антикоммутиративным соотношениям алгебры Клиффорда

$$\zeta_m \zeta_k + \zeta_k \zeta_m = 0 \text{ при } m \neq k, \zeta_m \zeta_m = 1, \quad \text{или} \quad \zeta_m \zeta_k + \zeta_k \zeta_m = 2\delta_{km}, \quad (2.13.32)$$

где δ_{km} – символ Кронекера ($\delta_{km} = 0$ при $m \neq k$ и $\delta_{km} = 1$ при $m = k$). Одна из возможностей определения объектов ζ_m и символа Кронекера δ_{km} представлена ниже:

$$\zeta_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\zeta_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\zeta_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\zeta_8 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(2.13.33)

2.14 Выводы по главе 2

Опираясь на 16-листный "атлас" метрических пространств с 16-ю всевозможными сигнатурами (топологиями) (2.8.12) и 32-страничный набор аффинных под-пространств со стигматурами (2.13.21), в этой работе получены метрико-динамические модели практически всех элементов Стандартной модели.

Не рассмотренными в этой главе остались: все сорта «нейтрино», «мюоны», « τ - лептоны» и бозоны Хиггса. Метрико - динамические модели данных вакуумных образований (кроме бозонов Хиггса) и описание взаимодействий между сферическими вакуумными образованиями («частицами») приведены в главах 3 – 8.

В предлагаемой здесь безмассовой статистической метрафизике отсутствует понятие «масса», поэтому отпадает необходимость во введении представлений о поле, обеспечивающем механизм спонтанного нарушения электрослабой симметрии, и соответственно о квантах этого поля – бозонах Хиггса. Однако не исключено, что в полностью геометризированной теории возникнут метрико-динамические модели вакуумных образований с характеристиками, аналогичными характеристикам данных бозонов.

Геометризированное описание основных силовых взаимодействий: электростатического, электромагнитного, слабого и ядерного будет представлено в следующих главах.

Математические приемы, позволяющие извлечь различную информацию о локальных вакуумных образованиях из совокупности решений вакуумных уравнений Эйнштейна, приведены в начале этой главы, в главах 5 – 9 и в [5, 22].

В статье [32] показано, что уравнения Янга-Миллса в 4-мерном пространстве конформной связности без кручения сводятся к уравнениям Эйнштейна, уравнениям Максвелла и ещё одной группе из 10 дифференциальных уравнений 2-го порядка. В другой статье тех же авторов [33] приведено общее решение данных уравнений для центрально-симметричной метрики при отсутствии электромагнитного поля, а также показано, что среди частных решений этих уравнений, выражающихся через элементарные функции, имеется решение Коттлера.

В данной работе решения Коттлера лежат в основе модельных представлений о метрико-динамической организации вакуума в целом (2.5.4) – (2.5.13), и локальных сферических вакуумных образований в частности (2.6.22), (2.6.32) и (2.12.1). Поэтому, полученный в рамках Ал-

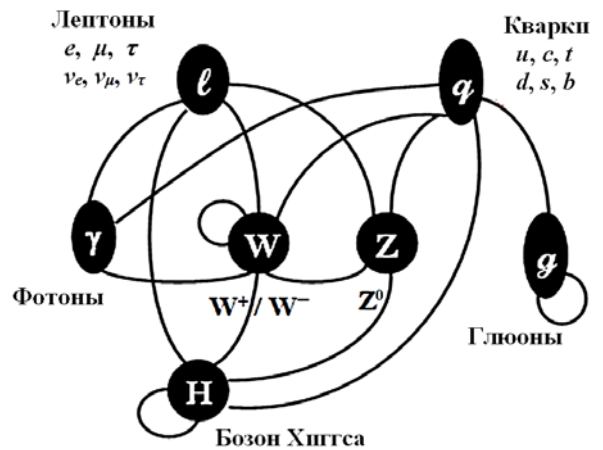


Рис. 2.14.1. Элементы Стандартной модели

гебры сигнатур полный набор метрико-динамических моделей «кварков» (табл. 2.12.1) и практически всех «фермионов» и «бозонов» (пункты 2.13.1 – 2.13.4), входящих в состав Стандартной модели, согласуется с выводами работ [33], и может быть предложен в качестве совокупности аналитических решений уравнения Янга-Миллса.

Отметим, что если в совокупности метрик вида (2.6.22), (2.6.32) и (2.12.1) вместо:

$$r_5 \sim 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ см} \text{ — радиус «биологической клетки»};$$

$$r_6 \sim 1,7 \cdot 10^{-13} \text{ см} \text{ — радиус ядра «электрона»};$$

$$r_7 \sim 5,8 \cdot 10^{-24} \text{ см} \text{ — радиус ядра «прото-кварка»},$$

подставлять, например,

$$r_2 \sim 1,2 \cdot 10^{29} \text{ см} \text{ — радиус ядра «метagalактики»};$$

$$r_3 \sim 4 \cdot 10^{18} \text{ см} \text{ — радиус ядра «галактики»};$$

$$r_4 \sim 1,4 \cdot 10^8 \text{ см} \text{ — радиус, ядра «звезды» или «планеты»},$$

то получим практически аналогичное многослойное метрико-динамическое и топологическое описание вакуумной протяженности в галактических и метagalактических масштабах.

Таким образом, на взгляд автора, получена универсальная метрико-динамическая модель замкнутого и, вместе с тем, в среднем Риччи-плоского Мироздания, населенного бесчисленным множеством сферических вакуумных образований различного масштаба.

Вероятностный формализм Стандартной модели остается в силе, так как ядра и ядрышки стабильных вакуумных образований постоянно хаотически перемещаются под воздействием соседних стабильных вакуумных образований и множества других вакуумных флуктуаций. Исследование хаотического движения ядра вакуумного образования привело к выводу уравнения Шредингера (*смотрите главу 3*), а в главе 4 показана связь Алгебры сигнатур с квантовыми теориями.

Предложенные в данной работе элементы Алгебры сигнатур – это не альтернативная теория по отношению к ОТО, квантовой теории поля и теории суперструн, а скорее их продолжение на пути полной геометризации физических воззрений.